ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 FÉVRIER 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Louis Mangin** donne lecture de la Notice nécrologique suivante :

L'Académie vient d'être encore éprouvée par la mort d'un de ses Correspondants de Botanique, M. **Émile Boudier**, l'éminent mycologue, élève de Léveillé. Né à Garnay (Eure-et-Loir), le 6 janvier 1828, notre confrère s'est éteint à Blois le 4 février 1920. Il étudia d'abord la pharmacie chez son père, puis suivit les cours de l'École de pharmacie de Paris, devint interne à la Salpêtrière et aux Quinze-Vingts. Reçu docteur en pharmacie, il vint s'établir à Montmorency, qu'il ne quitta qu'en 1914.

Il avait hérité de son père un goût très vif pour l'entomologie et s'était acquis, dans cette branche de la science, une certaine notoriété, lorsqu'il se lia avec Léveillé, son voisin à Montmorency. De leurs relations naquit, chez Boudier, une passion véritable pour les études mycologiques qui lui fit délaisser l'entomologie.

Son premier Mémoire sur les Champignons date de 1866 et fut couronné par l'Académie de Médecine, dont il devint bientôt le Correspondant.

Il avait accumulé beaucoup de matériaux, notes et dessins, quand survint la guerre de 1870, où les Allemands, fidèles aux méthodes de rapine qu'ils ont perfectionnées depuis, dérobèrent dans sa collection d'Insectes les espèces les plus rares et firent main-basse sur la collection de dessins et de notes inédites. Ce vol, qui le privait du fruit de plusieurs années de travail, ne le découragea pas; il reprit avec ardeur ses chères études, herborisant sans cesse pour se procurer des matériaux, et entraînant à sa suite de jeunes mycologues formés à son école.

Observateur très perspicace et très sûr, en même temps qu'artiste délicat,

il excellait à reproduire dans ses dessins, qui sont à la fois des merveilles d'art et de science, les plantes qu'il décrivait. Il publia de nombreuses descriptions d'espèces nouvelles dans le *Bulletin de la Société mycologique de France*, qu'il avait contribué à fonder avec Quélet et Mougeot.

On peut citer, comme des modèles d'observation critique, *la Révision analytique des Morilles de France;* les *observations anatomiques sur quelques-unes des principales espèces d'Amanites*, etc. Il avait émis dans son Mémoire *Sur le parasitisme probable de quelques espèces d'Elaphomycètes* des idées que les recherches ultérieures ont confirmées.

Son *Essai de classification des Discomycètes charnus*, qui lui valut en 1887 le prix Desmazières, ébauché déjà par une Note sur les *Ascobolus* et complété en 1907 par un Mémoire plus étendu *Sur les Discomycètes d'Europe*, a une grande portée, car il a misde l'ordre et de la clarté dans un groupe important de champignons. Basée sur le mode de déhiscence des asques dont il a le premier montré l'importance, sa classification permet de grouper d'une manière plus naturelle des genres et des espèces dont l'affinité avait été méconnue.

La publication des *Icones mycologici* mit le sceau à sa réputation de savant. Cet Ouvrage, qui comprend 600 planches exécutées d'après ses aquarelles et sous sa direction, constitue une œuvre comparable aux *Selectæ Fungorum* de Tulasne par la beauté des dessins, la précision et la sûreté des analyses et la concision du texte.

En l'élisant au nombre de ses Correspondants de Botanique, en 1909, l'Académie a donné à M. Émile Boudier la seule récompense qu'ambitionnait ce savant modeste dont toute la vie a été consacrée à la Science.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la méthode de Gauss pour le calcul des perturbations séculaires*. Note de M. **H. Andoyer**.

La détermination numérique des inégalités séculaires du premier ordre du mouvement d'une planète a été ramenée par Gauss au calcul de certaines intégrales elliptiques. Sa méthode a été successivement perfectionnée par de nombreux auteurs, parmi lesquels on doit citer G.-W. Hill, O. Callandreau, G. Halphen, etc. En particulier, M. R.-T.-A. Innes a montré (*Monthly Notices*, t. 67, 1907) que tout le calcul dépendait des deux seules fonctions

$$\Phi = \frac{2}{\pi}\,\frac{2g_2\eta - 3g_3\omega}{4D^2}, \qquad \Phi' = \frac{2}{\pi}\,\frac{g_2^2\omega - 18g_3\eta}{8D^2},$$

où les lettres g_2, g_3, ω, η ont leur signification ordinaire dans la théorie des fonctions elliptiques, avec en outre

$$D^2 = (e_2 - e_3)^2 (e_3 - e_1)^2 (e_1 - e_2)^2 = \frac{1}{16}(g_2^3 - 27 g_3^2);$$

et il a donné pour ces fonctions deux expressions remarquables sous forme de séries hypergéométriques, en même temps que des Tables pour leur calcul, établies par M. F. Robbins.

Voici deux nouvelles expressions de ces fonctions, qui me paraissent encore mieux appropriées au calcul numérique.

Soit

$$\cos\varphi = \sqrt{\frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_3}}, \qquad h = \operatorname{tang}^2 \frac{\varphi}{2},$$

puis, suivant la notation ordinaire de la série hypergéométrique,

$$S = F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 2, h^2\right),$$

$$S' = F\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 2, h^2\right) + h^2 F\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 3, h^2\right);$$

on a

$$\Phi = \frac{5}{8} \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos^4\varphi (e_1 - e_3)^{\frac{7}{2}}} S, \qquad \Phi' = \frac{7}{8} \frac{\cos^6 \frac{\varphi}{2}}{\cos^4\varphi (e_1 - e_3)^{\frac{5}{2}}} S'.$$

Explicitement, d'ailleurs,

$$S = 1 + \frac{3}{8} h^2 - \frac{1}{2^6} h^4 - \frac{1}{2^{10}} h^6 - \frac{3}{2^{14}} h^8 - \frac{7}{2^{17}} h^{10} - \frac{21}{2^{20}} h^{12} - \ldots,$$

$$S' = 1 + \frac{23}{8} h^2 - \frac{1}{2^6} h^4 + \frac{19}{2^{10}} h^6 + \frac{29}{2^{14}} h^8 + \frac{53}{2^{17}} h^{10} + \frac{139}{2^{20}} h^{12} + \ldots.$$

Ces deux séries sont donc d'un calcul facile et d'une convergence très rapide, au moins dans les cas usuels. Dans le cas extrême de $h = 1$, elles ont respectivement pour valeurs $\frac{64}{15\pi}$, $\frac{256}{21\pi}$.

Pour faciliter encore leur calcul lorsque h est suffisamment petit, ce qui sera le cas ordinaire, écrivons-les sous la forme

$$S = 1 + \frac{3h^2}{8} - \varepsilon, \qquad S' = 1 + \frac{23h^2}{8} - \varepsilon';$$

la courte table suivante suffit à faire connaître les corrections très petites

ε, ε', avec l'approximation de la septième décimale au moins :

log h.	log ε.	Diff.	log ε'.	Diff.
$\bar{2}$,5.........	$\bar{8}$,19		$\bar{8}$,19	
		0,40		0,40
$\bar{2}$,6.........	$\bar{8}$,59		$\bar{8}$,59	
		0,40		0,40
$\bar{2}$,7.........	$\bar{8}$,99		$\bar{8}$,99	
		0,40		0,40
$\bar{2}$,8.........	$\bar{7}$,39		$\bar{7}$,39	
		0,40		0,40
$\bar{2}$,9.........	$\bar{7}$,794		$\bar{7}$,791	
		0,400		0,398
$\bar{1}$,0.........	$\bar{6}$,194		$\bar{6}$,189	
		0,400		0,397
$\bar{1}$,1.........	$\bar{6}$,594		$\bar{6}$,586	
		0,400		0,395
$\bar{1}$,2.........	$\bar{6}$,9945		$\bar{6}$,9806	
		0,4004		0,3921
$\bar{1}$,3.........	$\bar{5}$,3949		$\bar{5}$,3727	
		0,4006		0,3871
$\bar{1}$,4.........	$\bar{5}$,7955		$\bar{5}$,7598	
		0,4011		0,3785
$\bar{1}$,5.........	$\bar{4}$,1966		$\bar{4}$,1383	

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'absorption du calcium par les racines des plantes et ses propriétés antitoxiques vis-à-vis du cuivre.* Note de MM. **L. Maquenne** et **E. Demoussy.**

Dans une précédente Communication, nous avons insisté sur le rôle prépondérant et absolument spécifique que joue le calcium au cours du développement des jeunes plantes (¹); comme, d'autre part, on sait que ce métal représente pour les végétaux l'un des meilleurs antidotes du cuivre, il était à présumer qu'il existe entre ces deux effets un rapport intime, dont la nature est totalement inconnue. C'est en vue de l'établir que nous avons entrepris le présent travail.

Disons d'abord que l'absorption de la chaux (à l'état de sulfate) par les plantes en voie de germination est extrêmement rapide, qu'elle croît régulièrement avec la concentration des liqueurs, tant que celle-ci reste faible, enfin que l'action favorisante du calcium, comme celle de tous les autres éléments nutritifs, ne s'exerce que jusqu'à une certaine limite.

C'est ce que démontrent les expériences suivantes, qui ont été plusieurs fois répétées et ont porté chacune sur un ensemble de 10 graines (pois gris d'hiver) cultivées sur sable en soucoupes. Les poids de sulfate de chaux

(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 45.

absorbé ont été déterminés en retranchant de la quantité qu'on en avait fournie au sable celle qu'on y a retrouvée à la fin [1].

	Après 3 jours.		Après 5 jours.		Après 7 jours.	
	Longueur des racines.	$CaSO^4$ absorbé.	Longueur des racines.	$CaSO^4$ absorbé.	Longueur des racines.	$CaSO^4$ absorbé.
$CaSO^4$ initial $0^{mg},25$.....	»	»	48^{mm}	$0^{mg},13$	54^{mm}	$0^{mg},16$
» » 0,50.....	27^{mm}	$0^{mg},31$	58	0,42	73	0,44
» » 1,00.....	»	»	51	0,73	71	0,91

Dans ce cas, la dose de sulfate de chaux qui paraît la plus efficace est d'environ $0^{mg},05$ par graine; son absorption, qui porte sur les 0,90 de la dose initiale, est déjà très proche de sa limite après 4 ou 5 jours seulement. Elle ne saurait être absolument complète, car la graine peut de son côté abandonner à l'eau une partie du calcium qu'elle renferme, jusqu'à concurrence d'un certain état d'équilibre. Pour en avoir la preuve, il suffit d'examiner le sable sur lequel, après l'avoir mouillé d'eau pure, on a fait germer 10 grains de pois; après 5 jours, on y trouve une quantité de calcium équivalant à $0^{mg},05$ de sulfate et, après 7 jours, $0^{mg},08$. Ces quantités ne représentent d'ailleurs qu'une faible fraction de ce que renfermaient primitivement les semences et proviennent sans doute pour la plus grande partie de leurs téguments.

Les cultures suivantes ont été faites dans des tubes de quartz, avec des dissolutions renfermant par litre les poids de sulfate de chaux indiqués ci-après; l'expérience a duré en tout 16 jours.

	Eau pure.	$0^{mg},5$ $CaSO^4$.	5^{mg} $CaSO^4$.	50^{mg} $CaSO^4$.	100^{mg} $CaSO^4$.
Racines.............	32^{mm}	65^{mm}	119^{mm}	126^{mm}	119^{mm}
Tiges................	19^{mm}	48^{mm}	159^{mm}	154^{mm}	164^{mm}
Durée de la croissance.	3 jours	7 jours	10 jours	11 jours	12 jours

L'existence d'une limite à l'action favorisante du calcium, agissant seule en solution étendue, est encore ici nettement accusée; son influence sur les racines n'augmente plus guère au delà de 5^{mg} de sulfate par litre de liqueur, soit $0^{mg},25$ par graine; les tiges seules semblent profiter encore d'une plus forte concentration, en même temps que la durée de l'accroissement se prolonge davantage.

---

[1] Les dosages de chaux ont été effectués par titration au permanganate ($0^{g},25$ par litre) de l'oxalate, précipité sous le volume de 2^{cm^3}, puis rassemblé et lavé par centrifugation. On peut ainsi reconnaître $\frac{1}{50}$ de milligramme de sulfate de chaux et la doser exactement à $\frac{1}{20}$ de milligramme près. Le cuivre a été dosé par notre méthode au ferrocyanure, en présence de zinc, qui permet d'apprécier sûrement le $\frac{1}{200}$ de milligramme.

Ces premiers principes étant admis, on peut se demander maintenant pourquoi le calcium fonctionne comme antitoxique vis-à-vis du cuivre ou plus généralement des métaux lourds. Nous savons déjà que cette action n'est que partielle, mais nous en ignorons le mécanisme; l'antagonisme de ces corps tient-il à ce que chacun d'eux crée un obstacle à la pénétration de l'autre dans les tissus vivants, ou bien à ce que le calcium, par son influence stimulante, donne à la plantule la force de résister au poison? Dans le premier cas le phénomène serait d'ordre surtout chimique, dans le second d'ordre physiologique. Pour décider entre ces deux hypothèses également plausibles, nous avons fait une étude comparative de l'absorption du calcium et du cuivre dans les jeunes plantes en voie d'accroissement.

Nos premiers essais ont été effectués sur sable, en présence de sulfate de chaux et de sulfate de cuivre, seuls ou associés l'un à l'autre.

Si la proportion de cuivre est un peu considérable, supérieure, par exemple, à celle que renferment $0^{mg},5$ de sulfate anhydre pour 10 graines, on voit les racines brunir, surtout à l'extrémité, et d'autant plus fortement qu'il y a moins de chaux : il y a alors intoxication profonde, que le calcium est incapable de combattre efficacement. Mais, dans tous les cas, si l'on prolonge un peu la culture, on assiste à un phénomène curieux : la racine principale cesse de s'accroître, puis s'atrophie, et à sa place on voit apparaître une foule de radicelles, parfaitement incolores, qui se développent d'autant mieux qu'il y a davantage de chaux et arrivent dans l'espace de quelques jours à dépasser de beaucoup la pointe du pivot mortifié : la plante revient à la vie après avoir été sur le point de mourir.

Le Tableau qui suit rend bien compte de cette particularité; on remarquera, en outre, que la quantité de chaux absorbée est à peu de chose près proportionnelle à celle qu'on avait primitivement introduite dans le sable.

	Eau pure.	$0^{mg},25 CaSO^4$ seul.	$0^{mg},25 CuSO^4$ seul.	$0^{mg},25 CuSO^4$ $0^{mg},25 CaSO^4$.	$0^{mg},25 CuSO^4$ $0^{mg},5 CaSO^4$.	$0^{mg},25 CuSO^4$ $1^{mg}, CaSO^4$.	$0^{mg},25 CuSO^4$ $2^{mg}, CaSO^4$.
				Après 6 jours.			
Racines	26^{mm}	69^{mm}	25^{mm}	36^{mm}	31^{mm}	32^{mm}	33^{mm}
Radicelles......	rares	rares	rares	peu abond.	plus abond.	plus abond.	plus abond.
Tiges	26^{mm}	31^{mm}	28^{mm}	30^{mm}	27^{mm}	33^{mm}	31^{mm}
$CaSO^4$ absorbé..	»	»	»	$0^{mg},12$	$0^{mg},39$	$0^{mg},73$	$1^{mg},49$
				Après 9 jours.			
Racines	26^{mm}	76^{mm}	25^{mm}	28^{mm}	35^{mm}	31^{mm}	35^{mm}
Radicelles	rares	rares	courtes	33^{mm}	40^{mm}	38^{mm}	43^{mm}
Tiges	34^{mm}	37^{mm}	29^{mm}	33^{mm}	34^{mm}	34^{mm}	39^{mm}
$CaSO^4$ absorbé..	»	$0^{mg},20$	»	$0^{mg},13$	$0^{mg},40$	$0^{mg},89$	$1^{mg},60$

Si l'on tient compte des différences de dimensions des plantules on voit que le cuivre n'a aucunement empêché la pénétration du calcium dans leur intérieur. L'analyse montre qu'au moment où les radicelles prennent plus d'extension le sable ne renferme presque plus de cuivre; le milieu de culture a donc changé de composition et c'est à cela qu'il doit de n'être plus aussi toxique à la fin de l'expérience qu'au début.

Ce changement progressif de composition et de concentration des liqueurs nutritives qui sont offertes aux jeunes plantes sous un volume restreint (environ 10^{cm^3}) quand on les cultive sur sable constitue un défaut de la méthode, auquel on peut joindre l'imperfection du contact qui s'établit entre le sable lui-même et les racines qui rampent à sa surface. Pour l'éviter, nous avons repris les mêmes essais en tubes de quartz; les racines, de 20^{mm} environ de longueur au commencement de l'expérience, étaient alors entièrement plongées dans le liquide que, par surcroît de précaution, on a changé tous les deux jours, de façon à maintenir à peu près constante sa richesse en principes actifs.

L'influence de ce renouvellement n'est pas négligeable; elle est surtout sensible quand la dose de cuivre est faible : défavorable à l'évolution des racines parce que la quantité globale de cuivre qui leur est fournie est plus grande que dans une solution non renouvelée; favorable, au contraire, à l'allongement des tiges parce que celles-ci reçoivent davantage de calcium, plus mobile que le cuivre.

Dans les Tableaux ci-après, les concentrations indiquées représentent les doses de sels contenus dans 1^l des différentes solutions; la culture suivante a été prolongée pendant 14 jours.

	$0^{mg},1$ Cu SO^4 seul.	$0^{mg},1$ Cu SO^4, $0^{mg},5$ Ca SO^4.	$0^{mg},1$ Cu SO^4, 5^{mg} Ca SO^4.	$0^{mg},1$ Cu SO^4, 50^{mg} Ca SO^4.	$0^{mg},1$ Cu SO^4, 100^{mg} Ca SO^4.
Racines......	27^{mm}, rouges	48^{mm}, incol.	82^{mm}, incol.	93^{mm}, incol.	92^{mm}, incol.
Radicelles....	punctiformes	3^{mm}	4^{mm}	8^{mm}	12^{mm}
Tiges........	39^{mm}	33^{mm}	99^{mm}	126^{mm}	149^{mm}
Durée de la croissance..	2 jours	4 jours	8 jours	10 jours	13 jours

Les radicelles profitent encore grandement des apports de chaux, mais elles n'arrivent plus à dépasser la racine principale comme dans les cultures sur sable; l'intoxication, qu'elle soit faible ou forte, reste uniforme dans toute l'étendue des organes immergés.

L'expérience, contrôlée plusieurs fois, est assez démonstrative pour se passer d'autres commentaires; nous n'en rapporterons plus qu'une seule,

instituée en vue de savoir combien les jeunes plantes absorbent de cuivre dans ces conditions. Les cultures ont encore été faites dans des tubes de quartz, dont le contenu était renouvelé tous les deux jours, les liqueurs résiduelles étant mises en réserve pour l'analyse finale. Après 12 jours on y a dosé le cuivre, ainsi que dans les racines et les tiges des huit plantules mises en observation.

	$0^{mg},1$ Cu SO^4 seul.			$0^{mg},1$ Cu SO^5 + 50^{mg} Ca SO^4.		
	Racines.	Tiges.	Liquides.	Racines.	Tiges.	Liquides.
Longueur des organes.	26^{mm}	23^{mm}	»	74^{mm}	119^{mm}	»
Cuivre dosé..........	$0^{mg},025$	$0^{mg},003$	$0^{mg},030$	$0^{mg},022$	$0^{mg},010$	$0^{mg},020$
Radicelles...........	rares, punctiformes			nombreuses, de 12^{mm} à 14^{mm}		
Durée de la croissance.	2 jours			9 jours		

La quantité absolue de cuivre fournie à chacune de ces deux séries d'expériences étant d'environ $0^{mg},06$, on a pu ainsi en retrouver respectivement $0^{mg},058$ et $0^{mg},052$, le reste étant imputable aux pertes qu'il est impossible d'éviter dans des opérations aussi délicates. La plus grande partie du métal absorbé reste, comme on le voit, dans les racines, qui noircissent et se mortifient quand elles ne sont pas sollicitées dans leur développement par la présence de la chaux; mais une autre portion, qui est loin d'être négligeable dans le cas du mélange Cu-Ca, passe dans les tiges, en vertu de la mobilité que nous avons précédemment reconnue au cuivre (¹) et sans en être empêchée par la présence d'une quantité considérable de chaux.

De tous ces résultats, dont l'exactitude a été vérifiée par un grand nombre d'autres observations qui ne sauraient trouver place ici, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Le calcium, même en excès, ne s'oppose pas à l'absorption du cuivre par les racines des plantes, ni à sa diffusion dans leurs organes aériens; ce n'est donc pas parce qu'il fait obstacle à sa pénétration qu'il agit comme antidote du cuivre.

2° La présence du cuivre n'empêche pas l'assimilation du calcium; ce n'est donc pas parce qu'il prive la jeune plante de l'un de ses aliments essentiels que ce métal est vénéneux.

3° L'action antitoxique du calcium est d'ordre physiologique; elle tient surtout à ce que ce métal, en favorisant l'évolution de la plante, lui donne une plus grande vigueur et, en particulier, augmente le volume dans lequel

(¹) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 87.

s'exerce la diffusion du cuivre, empêchant ainsi, entre certaines limites, bien entendu, toute accumulation dangereuse de ce dernier. Le seul fait qu'une petite quantité de sulfate de chaux, ajoutée à une solution cuivrique étendue permet aux racines d'y demeurer incolores, suffit à établir ce point important.

Ces deux effets contraires du calcium et du cuivre ne sauraient d'ailleurs se compenser parfaitement, et l'on comprend sans peine pourquoi l'action protectrice du premier n'est pas absolue, en d'autres termes pourquoi l'influence nocive du cuivre se fait encore sentir en présence de son antidote, au point d'apparaître même, pour certaines concentrations, relativement plus forte dans une solution de gypse que dans l'eau pure [1].

Il est bon de rappeler à ce sujet que, à cause des propriétés absorbantes de la terre [2], l'eau qui alimente naturellement la végétation est toujours beaucoup moins riche en cuivre que les solutions dont nous avons fait usage dans nos expériences; c'est pourquoi les plantes de grande culture n'en souffrent aucun préjudice et arrivent à se développer normalement même dans des sols très pauvres en calcaire.

BIOLOGIE ANIMALE. — *Suggestion sur la raison d'être de la double* fovea *des rapaces diurnes.* Note de M. **Yves Delage.**

Les recherches du Dr Rochon-Duvigneaud (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 43) ont mis hors de doute que la *fovea* surnuméraire des rapaces diurnes a les mêmes fonctions que la *fovea* centrale, et ce savant ophtalmologiste a bien montré comment l'oiseau a, de chaque côté, deux points de perception nette, indépendants l'un de l'autre et de ceux du côté opposé; mais la raison d'être d'une disposition si singulière et si exceptionnelle restait mystérieuse, et il ne semble pas qu'on se soit jamais posé la question qu'elle implique. Elle a surgi dans mon esprit quand j'ai présenté la Note de mon distingué confrère.

Il m'a semblé que la solution devait être cherchée dans quelque singularité de comportement, particulière aux oiseaux à double *fovea*. Or, une telle particularité pourrait résider dans la manière, très spéciale, dont ces animaux capturent leurs proies. On peut les voir, tandis qu'ils circulent

---

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 89.
(2) *Ibid.*, t. 169, 1919, p. 937.

dans l'air surveillant la terre, brusquement fermer leurs ailes et s'abattre, comme une pierre, suivant une trajectoire oblique, pour, en arrivant au sol, tomber exactement et à grande vitesse sur la proie aperçue, bien différents en cela des oiseaux ordinaires qui atterrissent lentement et sans que le lieu d'atterrissage réclame une haute précision. N'y aurait-il pas là quelque agencement de mouvements auquel la *fovea* surnuméraire viendrait en aide ?

La solution que j'avais entrevue me paraissait réclamer des observations et expériences fort difficiles à réaliser; aussi ne songeais-je pas à la publier. Mais en y réfléchissant, il m'a semblé qu'il existait une foule d'observations et d'expériences réalisant à peu de choses près celle que j'attendais et qui donnaient à mes suggestions une base scientifique assez sérieuse pour que je pusse les hasarder.

Ces observations et expériences ont été réalisées pendant la guerre par les aviateurs bombardiers.

L'aviateur vole à la recherche du but sur lequel il veut lancer une bombe. Quand il a aperçu celui-ci au loin, le problème qui se pose à lui est de lâcher la bombe à un instant tel que, tombant obliquement sous la double action de la pesanteur et de sa vitesse horizontale, elle atteigne le sol juste au point visé. L'aviateur, regardant de loin le but B, voit son rayon visuel OB former avec la verticale OA, passant par son œil, un angle α qui diminue à mesure qu'il approche, et c'est au moment précis, où α aura atteint une valeur déterminée, en fonction de la hauteur, de la vitesse et de la distance du but, qu'il devra lâcher la bombe.

Je ne sais rien de la technique des avions bombardiers. Je n'entends goutte à la balistique. Aussi suis-je persuadé que mes descriptions feront sourire les initiés; mais cela ne me trouble point, car plus les procédés sont compliqués, plus ils ont chance d'être différents de ceux employés par l'oiseau, la complication des combinaisons humaines étant d'une autre nature que celle réalisée dans la physiologie. Je ne présente pas ici des faits. Je raisonne sur des possibilités. Ces réserves faites, je poursuis.

Dans le triangle AOB, posons $OA = h$, $AB = d$ et appelons v la vitesse de l'aviateur. Supposons que celui-ci connaît v et h et cherchons à déterminer α en fonction de ces variables. On a

$$\frac{d}{h} = \tan \alpha. \tag{1}$$

Puisque la bombe doit parcourir dans le même temps OA et AB, on

peut écrire que les temps de ces deux opérations sont égaux, c'est-à-dire que t est égal à lui-même dans les deux équations

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \text{et} \quad d = vt \text{ (}^1\text{)},$$

d'où l'on tire

$$\tan g\alpha = v\sqrt{\frac{2}{gh}}. \qquad (2)$$

Si donc il a un tableau à double entrée, où soient sur autant de lignes toutes les valeurs raisonnables de h et dans autant de colonnes, toutes les valeurs raisonnables de v, l'aviateur, connaissant sa hauteur et sa vitesse, y lira d'un coup d'œil sous quel angle il devra attendre que se présente le but pour lâcher sa bombe à coup sûr (abstraction faite, bien entendu, des questions de vent, de dérive, de résistance de l'air, qui constituent la partie délicate du problème et dont je ne veux pas m'embarrasser ici).

Venons-en à l'oiseau :

Le problème qu'il a à résoudre est le même que celui de l'aviateur, à ces deux différences près : 1° que la bombe, c'est son propre corps qui tombe, ailes fermées; 2° qu'il n'a pas un viseur mobile sur un arc gradué, qui lui permette de connaître toujours la valeur de l'angle α.

La *fovea* surnuméraire ne serait-elle pas l'instrument destiné à remplir l'office de ce viseur?

Appelons φ l'angle invariable des deux rayons visuels passant par les deux *fovea*, F (pour la *fovea* centrale) et F′ (pour la *fovea* surnuméraire), et demandons-nous comment, si nous étions l'oiseau, nous ferions pour tirer parti de ce dispositif.

Nous volons parallèlement au sol, à grande hauteur. Le but à atteindre apparaît au loin, sous un angle très ouvert et qui diminue à mesure que nous approchons. Mais quelle impression juste avons-nous de cet angle?

Une expérience simple montre que si d'un seul œil on fixe un point central, en s'interdisant tout déplacement du regard, des angles égaux, tracés à la suite les uns des autres d'un même côté du point central,

---

(1) La trajectoire de chute est parabolique et non rectiligne, mais cela importe peu, car, à l'arrivée au sol, le résultat est le même, en ce qui concerne les temps et l'angle sous lequel on voit du point de départ le point d'arrivée, que si le mobile avait parcouru du point de départ au point d'arrivée une trajectoire rectiligne.

En outre, dans cette première approximation nous faisons abstraction de la résistance de l'air, d'où résulte une erreur certaine, bien que partiellement corrigée par le fait que la cause agit dans le même sens sur les deux composantes du mouvement.

paraissent d'autant plus petits qu'ils sont plus marginaux, et la différence n'est pas minime; ce qui veut dire que, réduit à l'appréciation des images fixes, l'œil est un très mauvais goniomètre. Cette appréciation des arcs devient beaucoup plus précise si l'œil peut les parcourir par les mouvements de ses muscles. Mais c'est ici le cas de rappeler que l'œil de l'oiseau est immobile dans son orbite, la tête seule, qui est très mobile, permettant le déplacement du regard.

En outre, l'objet précis et petit que nous voulons atteindre se peint sur une partie de notre rétine très marginale et ne fournissant pas une image précise. C'est seulement lorsque l'image de B, parcourant d'arrière en avant le grand cercle horizontal de la rétine, passera par la *fovea* surnuméraire, que nous aurons à la fois, brusquement et pour un instant très court, une vision nette de l'objet et une connaissance précise de l'angle α, lequel, dans ce court instant, égale φ.

Dans ces conditions, on peut imaginer deux manières de résoudre la question.

Ce point de coïncidence entre α et φ est un zéro précis, à partir duquel nous pouvons compter les angles et les temps, pour faire le mouvement de reployer les ailes au moment précis où l'image B a dépassé la *fovea* surnuméraire d'un certain angle ou depuis un certain temps.

Mais il est, théoriquement au moins, un moyen plus simple de résoudre la difficulté. Tout angle α correspond à une certaine combinaison de v et de h. On voit, en effet, par la formule (2) que pour toute grandeur de h, il existe une grandeur de v donnant à α une valeur déterminée à l'avance, et pour toute grandeur de v, une grandeur de h donnant à α la même valeur. L'oiseau aurait intérêt à donner à α la valeur φ, qui a le double avantage d'être pour lui bien connue et de correspondre à une vision nette. Si donc l'oiseau prenait la précaution, avant d'atterrir, de régler sa hauteur d'après sa vitesse, ou sa vitesse d'après sa hauteur, de telle façon que

$$v = \operatorname{tang}\varphi\sqrt{\frac{gh}{2}},$$

il n'aurait, pour tomber sur sa proie, qu'à se laisser choir au moment précis où l'image de celle-ci apparaîtrait sur sa *fovea* surnuméraire.

Cherchons ce que donnent les applications numériques de cette formule. Des observations précises sont nécessaires pour déterminer φ. L'angle de 33° à 36° donné par M. Rochon-Duvigneaud est compté sur l'arc de méridien de la rétine, c'est-à-dire en prenant pour sommet de l'angle le centre de courbure de la rétine, tandis que l'angle φ dont nous avons besoin est déterminé par les deux rayons visuels F et F'

passant par les *fovea* et se coupant au centre de croisement des rayons visuels, lequel est probablement ici, conformément à la règle, à peu près au centre de gravité du cristallin. En traçant cet angle φ sur une figure de l'œil de l'oiseau, on lui trouve environ 30° pour environ 35° d'écartement des *fovea* signalés par M. Rochon-Duvigneaud, ce qui donne pour la tangente 0,58. On a donc

$$v = 0,58\sqrt{\frac{gh}{2}} = 1,28\sqrt{h}$$

(en mètres par seconde), ou, si l'on exprime h en mètres et v en kilomètres à l'heure,

$$v = 4,6\sqrt{h}.$$

Donc, si l'on donne à h successivement les valeurs : 16^{m}, 64^{m}, 100^{m} et 400^{m}, on trouve pour v (en négligeant la décimale) les valeurs respectives : 18^{km}, 36^{km}, 46^{km} et 92^{km}. Ce sont des valeurs raisonnables; c'est tout ce que l'on peut dire pour le moment, mais cela suffit pour fournir à la théorie un appui sérieux.

Qu'on ne m'objecte pas que l'oiseau ne sait point l'algèbre; aussi n'est-ce pas par l'algèbre qu'il résout son problème; il s'agit ici simplement de deux réflexes, l'un de coordination de mouvements, avec des impressions déterminées (mouvements du vol et impressions de hauteur), l'autre de déclenchement d'un déclic, à la suite d'une impression brusque. Un homme qui trébuche fait instantanément, pour retrouver son équilibre, des actes musculaires extrêmement compliqués et qui nécessiteraient des pages de calcul s'il fallait les traduire en formules de décomposition et de combinaison de forces et de mouvements.

Un canard qui nage ne tient pas son corps redressé comme il le fait pour maintenir son équilibre quand il marche sur le sol. Cette longue expérience, acquise par la race et qui constitue l'instinct, résout, pour chaque animal, une multitude de problèmes bien autrement compliqués que ceux dont il est ici question.

Alors, dira-t-on, pourquoi ces formules si l'oiseau ne s'en sert pas? Elles sont nécessaires pour montrer que le problème est mathématiquement soluble, car s'il ne l'était pas par des moyens mathématiques, l'oiseau ne pourrait pas le résoudre par des moyens physiologiques. Il n'y a pas d'instinct, si merveilleux qu'on l'imagine, qui permettrait à l'animal de suivre un côté d'un triangle, dont il connaîtrait, par ses impressions sensitives, seulement les trois angles, ou seulement un angle et un côté; mais s'il a, par ses sens, les éléments de la solution, il pourra remplacer, par des réactions instinctives, les combinaisons les plus laborieuses pour le géomètre.

Ainsi, grâce à la constitution spéciale de son œil, le rapace diurne con-

naissant à la fois sa hauteur et sa vitesse, s'il réglait instinctivement l'une sur l'autre, de manière à satisfaire aux exigences de la formule $V = \tang\varphi\sqrt{\frac{gh}{2}}$, se conférerait ce précieux avantage que, lorsqu'il fermerait les ailes pour atterrir, sa trajectoire coïnciderait avec le rayon visuel F' partant de sa *fovea* surnuméraire, en sorte qu'il conserverait constamment la vision nette du point d'atterrissage, éventuellement occupé par sa proie. Pour cela, chaque oiseau devrait connaître son angle φ et pourrait le connaître certainement, non en chiffres, mais comme facteur interne de coordination de certains mouvements.

Mais ici se dresse une objection beaucoup plus grave que celles que nous avons écartées.

Notre comparaison avec l'aviateur exige que le rayon visuel F' soit dans le plan de chute déterminé par la trajectoire de chute et la verticale. Or, cette condition est loin d'être réalisée dans l'attitude normale de la tête. Elle le serait si celle-ci tournait de 90° autour de son axe antéro-postérieur de manière que l'œil regardât directement en bas. Une telle attitude est hautement invraisemblable.

Mais l'animal peut arriver au même résultat par deux mouvements combinés de la tête, l'un de flexion verticale, abaissant vers la terre le rayon visuel de la *fovea* surnuméraire, l'autre de déviation latérale, amenant ce même rayon visuel dans le plan vertical déterminé par la trajectoire du vol. L'angle d'inclinaison verticale est précisément notre angle α ci-dessus. Il n'a plus rien de commun avec l'angle φ, mais l'animal peut le connaître par les sensations musculaires des fléchisseurs de la tête et par les impressions venant des canaux demi-circulaires de l'oreille interne. Quant à l'angle de déviation latérale, il est le complément de l'angle φ si le rayon visuel principal F est tout à fait transversal; si les rayons visuels F, droit et gauche, convergent, si peu que ce soit, en avant, l'angle de déviation de la tête diminue d'autant.

Voici donc comment nous comprenons le comportement de l'oiseau :

Il vole, regardant loin devant lui, à la recherche d'une proie, la tête modérément inclinée vers le bas et sans doute balançant la tête de droite et de gauche pour balayer le sol au loin devant lui avec ses rayons visuels F'. Aperçoit-il une proie avec l'un des rayons F' (celui de droite, je suppose), il ne la quittera plus du regard jusqu'à ce qu'il l'ait atteinte, et de là résultent les deux mouvements de la tête que nous avons indiqués : 1° par le fait qu'il doit diriger son vol vers la proie, il dévie sa tête du côté

opposé (c'est-à-dire vers la gauche), ou, pour parler plus exactement, dévie son corps vers la gauche, la direction de sa tête restant invariablement liée au rayon visuel F′ dirigé vers la proie; 2° à mesure qu'il avance, il doit, pour ne pas perdre sa proie de vue, fléchir sa tête de plus en plus dans le sens vertical et, lorsque cette flexion a amené l'angle α (formé par l'axe longitudinal de sa tête et la verticale) à avoir précisément la valeur réclamée par la formule $\operatorname{tang}\alpha = v\sqrt{\frac{2}{gh}}$, il ferme ses ailes, certain que sa chute parabolique le fera tomber juste sur sa proie, si du moins il a fait les mouvements correctifs nécessaires pour compenser les effets de la résistance de l'air et, éventuellement, ceux de la dérive, toutes corrections auxquelles il est habitué et qui ne sont, sans doute, qu'un jeu pour lui.

En somme, la *fovea* surnuméraire fournit à l'oiseau un rayon de vision nette dirigé, non plus transversalement, comme celui de la *fovea* principale, mais sensiblement en avant, vision qui est rendue nécessaire pour lui, en raison de ses mœurs, par l'obligation de tomber à grande vitesse sur le point précis qu'occupe sa proie. C'est là la raison d'être de sa *fovea* surnuméraire.

Quant aux détails de comportement de la tête indiqués ici, ils sont pour le moment hypothétiques; des observations et des expériences, déjà commencées, sont nécessaires pour leur vérification : elles feront l'objet d'une Communication ultérieure.

GÉOLOGIE. — *Sur la répartition des facies du Paléocrétacé dans les unités structurales du sud-est de la France.* Note (1) de M. **W. Kilian.**

Grâce aux documents paléontologiques importants réunis par le Dr Guébhard (2) dans le Crétacé inférieur des Préalpes maritimes et à mes propres recherches dans les environs de Castellane et dans la Haute-Provence, continuées récemment près de la Palud de Moustiers avec le concours de M. P. Reboul et aux environs de Meyrargues avec l'aide de MM. P. Reboul

(1) Séance du 16 février 1920.

(2) Les matériaux ont été donnés au Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Grenoble, par M. Guébhard et déterminés sous ma direction.

et Pussenot, il m'est possible de formuler aujourd'hui quelques résultats intéressants sur la répartition des faunes (¹) et des facies dans le Paléocrétacé de la région alpino-provençale.

Cette répartition peut utilement servir à l'interprétation structurale de cette partie de la France et à la connaissance des phénomènes de charriage dont divers auteurs (Marcel Bertrand, MM. E. Haug, Ph. Zürcher, Léon Bertrand, Lanquine et moi-même) ont indiqué l'existence dans divers points du sud-est de notre pays; elle présente les caractères suivants :

I. Une constatation s'impose tout d'abord : c'est la façon brusque dont le facies néritique succède *sans transition d'aucune* sorte au facies bathyal à Céphalopodes du Crétacé inférieur, le long d'une ligne passant par Majastres-Levens-Châteauneuf les Moustiers, le nord de Rougon, Robion, Castellane, Demandolx, le nord de Soleilhas et Saint-Auban.

Ce contraste correspond à une *ligne de discontinuité tectonique* (²), c'est-à-dire au bord frontal des chevauchements alpins refoulés du Nord-Ouest vers l'Ouest, le Sud-Ouest et le Sud.

Cette brusque opposition contraste d'ailleurs avec la transition ménagée qui plus à l'Ouest relie le Paléocrétacé bathyal du versant Nord de la montagne de Lure et du Ventoux au facies moins profond (à facies urgonien) de Volx, de Banon et du mont Luberon.

II. Au sud et au sud-ouest de cette ligne règne le Crétacé inférieur à facies mixte ou complètement *néritique*, caractérisé, outre son peu d'épaisseur, par la réduction très grande et l'absence fréquente de l'Aptien, mais l'on peut y distinguer des types fauniques et lithologiques variés dont la localisation paraît correspondre à des nappes successives en partie reprises par les mouvements alpins.

C'est ainsi que la similitude du FACIES MARNO-CALCAIRE [Berriasien à Céphalopodes, Valanginien marno-calcaire à Hoplites, Valanginien supé-

---

(¹) Voir pour la composition de ces faunes et divers détails paléontologiques : W. KILIAN, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 337, 373, 443.

(²) Il est à remarquer que la limite nord et nord-est du facies des *Calcaires blancs* et des dolomies du Jurassique supérieur provençal qui, en même temps, borne vers le Sud et le Sud-Ouest l'extension du *facies tithonique* à Céphalopodes *coïncide parfaitement avec cette ligne;* elle se continue jusqu'au nord-est de Saint-Jurs et Trévans où elle paraît être en relations avec les dislocations décrites par M. Ph. Zürcher dans la Clue de Chabrières qui en masquent d'ailleurs la continuation septentrionale.

rieur à *Anlacothyris hippopoides* Pict. sp. ([1]), Brachiopodes (*Lyra neocomiensis* d'Orb., *Terebratulina biauriculata* d'Orb.), *Hoplites campylotoxus* Uhl., *Exogyra Etalloni* Pict., Hauterivien inférieur à *Asticria*] des environs de Meyrargues avec celui des environs de la Palud de Moustiers montre nettement que ces deux régions appartiennent *à une même unité tectonique*, qui est probablement une nappe charriée ainsi que le montrent les *lignes de contact anormal des environs de Vinon*.

Cette « unité », *chevauchée elle-même* au Nord-Est *par le bord frontal des plis alpins* à facies bathyal, se continue au Nord-Ouest par les « reprises provençales » des environs de Castellane (montagne Destourbes, etc.), qui comprennent elles-mêmes plusieurs « digitations » caractérisées par des variations locales dans la nature et la succession des divers termes du type néritique et l'épaisseur réduite de l'ensemble (Calcaires Berriasiens à *Hopl. Boissieri* (Meyrargues) ou Calcaires blancs à *Natica Leviathan* Pict. (Escragnolles, etc.) infravalanginiens; Hauterivien marno-calcaire à *Neocomites neocomiensiformis* Hoh. sp. et *Astieria* (La Bégude, La Lagne), type glauconieux de l'Hauterivien (La Martre, Séranon, la Garde, Peyroules, le Mousteiret) à *Acanthodiscus* et *Leopoldia*, type à intercalations siliceuses (Comps, Brovès) et Trigonies; limonite hauterivienne (Bargème, Clans, Mons, Brovès), à *Leopoldia* et *Acanthodiscus;* Barrémien glauconieux (Escragnolles, Trigance, la Garde, Comps, Le Bourguet, etc.), à *Desmoceras Charrierianum* d'Orb. sp. et variétés; Barrémien marno-calcaire (Saint-Vallier) à faune mixte (*Smilotrochus*, Gastropodes, Pélécypodes, *Desmoceras*, *Holcodiscus*, etc.).

En s'avançant au Sud et au Nord, on voit diminuer de fréquence le *Desm. Charrierianum* d'Orb. sp. du Barrémien, mais apparaître avec les Lytocératides (*Lytoceras*, *Costidiscus*, *Macroscaphites*) et les Phylloceratides, d'autres Desmoceratidés d'un type plus bathyal (*D. difficile* d'Orb. sp., *D. assimile* Math. sp.).

Au Nord-Est, ce même ensemble, en partie caché par les dépôts tertiaires du plateau de Valensole, s'étend jusqu'au pied méridional de la Chaîne du Luberon.

([1]) Ce niveau caractéristique à *Aulacothyris* et à *Exogyres* (*Ex. Etalloni* Pict.) occupant toujours la base de l'Hauterivien et reposant parfois directement sur les calcaires blancs infravalanginiens, existe plus à l'Est : à Eoulx, Peyroules, le Val-de-Roure, la Bastide, la Roque-Esclapon, Mons, Seranon, Brovès, Comps, Saint-Vallier, Escragnolles et se montre alors associé à des facies néritiques divers dans les « reprises » des nappes provençales englobées dans le plissement des Préalpes maritimes.

L'exploration détaillée, *au point de vue des facies* du Jurassique supérieur et du Paléocrétacé de la région comprise entre Chabrières, Beynes, Trévans, Saint-Just, Majastres. Levens et Moustiers-Sainte-Marie, serait d'un intérêt tout spécial non seulement au point de vue stratigraphique, mais aussi parce qu'elle renseignerait d'une façon précise sur la terminaison probable vers le Nord de ces nappes (?) provençales et sur leurs rapports avec les plis alpins sous lesquels elles paraissent s'enfoncer.

III. L'existence du facies glauconieux dans le Barrémien de Cobonne (Drôme) au nord de Crest (Drôme) demeure assez isolée dans une région où domine le facies vaseux bathyal et paraît due à la proximité (à l'Ouest) du bord du Massif Central et annoncer l'apparition du facies néritique (Urgonien) qui apparaît un peu plus au Nord.

En résumé, on peut distinguer dans les dépôts paléocrétacés du sud-est de la France :

A. Une région géosynclinale de *facies vaseux bathyal* à Céphalopodes, puissante et continue, sans lacunes stratigraphiques, comprenant une partie des Basses-Alpes et se continuant par la « fosse vocontienne » de V. Paquier, dans le Diois et les Baronnies, au nord de Castellane et de Demandolx, aux environs de Colmars et d'Allos, et dans le nord des Alpes-Maritimes.

B. Cette région est reliée par des *passages ménagés* et graduels :

a. Au Nord, au *type mixte* du Dauphiné par le Bochaine, le Diois septentrional et le Valentinois (apparition du Barrémien glauconieux à Cobonne, Chaîne de Raye);

b. Au Sud-Ouest, au *type provençal* avec facies urgonien par Volx, Banon, le flanc sud de la montagne de Lure et du Ventoux et le mont Luberon;

c. A l'Ouest, au *type Rhodanien*, par les environs de Vaison.

Au Sud-Est et au Sud, au contraire, elle chevauche (environs de Castellane, Châteauneuf-les-Moustiers, Levens) *sans interposition de facies* intermédiaire, et par suite de dislocations tectoniques sur l'ensemble suivant :

C. Une région à *facies néritique du type provençal*, elle-même charriée du Sud vers le Nord, en partie « reprise » au Sud-Est (Préalpes maritimes) par les mouvements alpins et composée de plusieurs nappes ou digitations reconnues dans la Basse-Provence [1] par divers auteurs et pouvant être suivies dans les Préalpes maritimes [2].

---

(1) Léon Bertrand, Em. Haug.

(2) Voir, à ce sujet, les travaux de MM. Léon Bertrand et Lanquine, ainsi que W. Kilian et A. Lanquine, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 93 et 165, et *Annales Université de Grenoble*, 1910 (avec figure schématique).

Cet ensemble a subi une translation du Sud vers le Nord qui a atteint les environs

Au sud des gisements bathyaux de Blieux, le Cheiron, Demandolx, le nord de Soleilhas appartenant au facies alpin (géosyndical) et *refoulés du Nord vers le Sud*, existe une importante ligne de contact anormal courant d'abord Est-Ouest, puis Nord-Est-Nord-Ouest, *qui coupe en biseau les digitations suivantes* dans laquelle le Crétacé inférieur accuse un facies néritique.

Digitations ou nappes secondaires à *racines internes* (¹) (plus méridionales).	I. La Garde, Peyroules, La Lagne; II. Éoulx, le Bourguet, Val de Roure; II. Trigance, La Martre, Châteauvieux, Séranon.
Digitations ou nappes secondaires à *racines externes* (moins méridionales).	IV. La Bégude, la Palud de Moustiers, Bargème, Comps (partie nord), la Bastide, Escragnolles. V. Brovès, la Roque-Esclapon, Comps (partie sud), Brovès, Mons, Saint-Vallier.

Quant au Crétacé inférieur des environs de Meyrargues, il appartiendrait à une *digitation plus externe encore*, c'est-à-dire continuant peut-être vers l'Ouest la zone des « *duplicatures* » de la région de Fayence (Var) et, par conséquent, de provenance moins lointaine encore que toutes les digitations citées ci-dessus.

D'autre part, la RÉPARTITION DE L'URGONIEN en Provence est très instructive : ce facies est en effet limité aux régions situées à l'ouest et au sud d'Aix-en-Provence et paraît propre soit aux digitations les plus inférieures des nappes provençales, soit à leur substratum « autochtone » au sud-ouest d'une ligne Saint-Raphaël-Aix-Durance, pour se continuer par Orgon, le Luberon et les Monts de Vaucluse (autochtones) dans le versant sud de la chaîne Ventoux-Lure, massifs également enracinés ou tout au moins peu refoulés vers le Nord.

Il en résulte que le *facies urgonien ferait entièrement défaut* dans *les nappes supérieures* (*à racines internes*) de Provence et même dans toute la portion orientale des autres nappes.

Il est d'ailleurs possible qu'on ne connaisse pas en Provence le substratum crétacé véritablement autochtone de cet ensemble charrié et en

---

de Trevans (au sud-ouest de Digne), de Vinon et le bord sud de la Chaîne du Luberon (Meyrargues).

Les digitations ou « nappes secondaires », remaniées et morcelées (reprises provençales) par les mouvements alpins représentent probablement des fragments de la couverture crétacée d'une chaîne dont les Maures et l'Estérel constituent la région axiale, elle-même déversée vers le Nord.

(¹) KILIAN et LANQUINE, *loc. cit.*

tout cas, s'il est visible, ce substratum n'a jamais encore été distingué avec une certitude et une précision suffisantes des *carapaces* appartenant aux nappes les plus basses de la Basse-Provence.

Vers l'Ouest-Nord-Ouest une portion du même ensemble a formé une partie des « écailles » récemment décrites par MM. Friedel et Termier entre Tarascon, Avignon et Alais.

Il convient enfin de rappeler que les plis alpins et subalpins, qui affectent notamment le complexe A ci-dessus, sont *post-miocènes*, alors que les charriages qui ont produit les nappes provençales sont *antémiocènes*. On comprend dès lors comment les premiers ont pu « reprendre » et remanier les secondes. Cette dualité d'âge explique aussi certaines complications produites dans l'ouest du bassin du Rhône par le déclenchement des écailles post-burdigaliennes du Gard [1], ainsi peut-être que la structure si particulière du massif de Gigondas et de Malaucène (Vaucluse) au nord-ouest du Ventoux où l' « Horizon de Suzette » décrit par M. Leenhardt semble bien représenter des fragments remaniés d'une nappe de charriage à noyau triasique contemporain des digitations provençales et reprise ultérieurement par les mouvements post-miocènes (alpins).

Il a semblé intéressant de mentionner les résultats ci-dessus malgré le caractère nécessairement hypothétique de quelques-uns d'entre eux dont les explorations détaillées des géologues locaux et notamment les levés minutieux entrepris par M. E. Haug auront dans l'avenir à contrôler l'exactitude et la réalité.

RAPPORTS.

Rapport sur les travaux examinés et retenus par la Commission de Balistique pendant la durée de la guerre, par M. J. Hadamard.

Depuis le mois de mars 1917 jusqu'à ce jour, la Commission de Balistique a été saisie de Mémoires dont nous donnons la liste d'autre part, en observant, toutefois, que nous n'y faisons pas figurer :

1° Les Notes qui ont été précédemment publiées aux *Comptes rendus* de l'Académie, ou transmises à des services techniques compétents;

---

(1) Voir les récents travaux de MM. P. Termier, G. Friedel et Thiéry.

2° Certains travaux prêtant à de trop graves objections pour qu'il y ait eu lieu de les retenir.

Les raisons d'ordre supérieur qui s'opposaient à la publication de ces différents Mémoires pendant la durée des hostilités ont disparu; mais, pour la plupart d'entre eux, un examen détaillé nous conduit à considérer une telle publication comme peu opportune à d'autres points de vue.

Les questions auxquelles ont été consacrés ces Mémoires, lorsqu'elles étaient nouvelles, se sont posées à toute sorte de chercheurs. Il en résulte que toutes ou presque toutes ont été résolues de plusieurs côtés à la fois. Pour telle d'entre elles, deux ou plusieurs solutions nous ont été soumises; pour telle autre (ou pour la même), il est à notre connaissance qu'une solution, équivalente à celle dont nous sommes saisis, a été élaborée par ailleurs dans un service technique militaire ou naval.

N'ayant aucune raison de publier une de ces solutions à l'exclusion d'une autre (puisque la considération de priorité, décisive en temps ordinaire, n'a pas à intervenir aujourd'hui), nous serions obligés d'insérer deux ou trois fois des travaux parfois étendus, presque identiques les uns aux autres dans leur contenu essentiel.

Ajoutons que les Notes en question apportent, pour la plupart, non des progrès d'ordre scientifique, intéressant les principes, mais des modifications d'ordre purement technique, visant l'application plus ou moins commode de ces principes dans des circonstances pratiques déterminées. Ce sont des sujets auxquels l'Académie n'entend pas rester étrangère, mais qui sont, cependant, en marge de sa fonction propre.

Elle a néanmoins un devoir à remplir vis-à-vis des auteurs qui ont déposé entre ses mains leurs recherches, de quelque ordre que ce soit, et aussi vis-à-vis de leurs successeurs, dont leurs résultats peuvent faciliter et aider le travail. Nous prendrons donc soin, dans ce qui va suivre, de faire connaître sommairement ces résultats et aussi, le cas échéant, d'indiquer auprès de quels services de plus amples détails pourraient être demandés en vue de recherches ultérieures.

Les travaux qui nous ont été communiqués peuvent se classer sous les rubriques suivantes :

I. **Exposés généraux.** — On trouvera, sur l'état actuel de la question un exposé complet et autorisé dans l'important *Traité de Balistique* en six volumes qu'a composé M. l'ingénieur général Charbonnier, et dont il fait hommage à l'Académie. Le général Charbonnier y mentionne, entre autres,

les perfectionnements que, sous sa direction, une équipe d'habiles collaborateurs a pu apporter à la théorie.

En même temps, l'un des officiers qui ont le plus activement secondé le général Charbonnier au cours de la guerre, M. l'ingénieur principal Garnier, fait paraître à la librairie Gauthier-Villars, sous le titre : *Balistique extérieure. Calcul des trajectoires par arcs successifs*, un volume de texte et un volume de tableaux annexes, consacrés aux modifications proposées au cours de la guerre, et plus particulièrement à celles qu'il a élaborées en collaboration avec MM. Haag, professeur à l'Université de Clermont, et Marcus, agrégé de l'Université, en tenant compte des conditions nouvelles qu'introduisent le tir sous de grands angles et la variation considérable de la densité de l'air qui s'y présente.

On sait, d'autre part, que l'Académie a précédemment couronné le *Cours de Balistique* de M. l'ingénieur principal Sugot. Nous pouvons à cet égard renvoyer au rapport détaillé qu'a présenté en 1919 (séance publique annuelle du 22 décembre) notre confrère M. le général Bourgeois.

II. **Intégration de l'équation différentielle de la balistique extérieure.** — Au point de vue théorique, analytique, une grand question se pose : Dans quel cas, pour quelles formes de la fonction qui exprime la résistance de l'air, l'équation est-elle intégrable par quadratures?

On sait que la solution de problèmes de cet ordre est devenue possible depuis les profondes recherches de M. Drach, appliquant au domaine des équations différentielles les idées de Galois. M. Drach lui-même a communiqué un travail étendu consacré à cette question. En même temps, un autre géomètre bien connu, M. Denjoy, nous a remis un exposé sommaire d'études sur le même sujet. Mais, dans une lettre jointe au dossier, M. Denjoy tient à déclarer que son travail n'est qu'une mise en œuvre des principes posés précédemment par M. Drach, et qu'il entend, en toute hypothèse, attribuer à celui-ci la priorité des résultats [1].

Rien ne s'oppose donc à la publication, sous forme étendue ou résumée suivant les disponibilités, des résultats de M. Drach et de ceux qu'y a ajoutés M. Denjoy sur cette question capitale.

Appartient également au domaine analytique une courte Note dans

---

[1] M. Denjoy s'est d'ailleurs placé à un point de vue qui lui est propre en recherchant plus particulièrement, parmi les lois de résistance auxquelles conduit la méthode de M. Drach, celles qui, soit pour les petites, soit pour les grandes valeurs de v, varient d'une manière analogue à celle qui se présente en pratique.

laquelle M. Kampé de Fériet exprime, à l'aide de la fonction hypergéométrique de Gauss, l'intégrale $\xi_n(\tau)$ qui s'introduit dans l'équation de l'hodographe quand la résistance de l'air est de la forme kv^n, que n soit entier ou non.

Dans le *Traité de Balistique* ci-dessus mentionné du général Charbonnier, une étude approfondie est consacrée à ce cas de la résistance monome. Une grande partie des résultats nouveaux sont dus à M. le commandant Demogue. Celui-ci, en particulier, s'occupe de la même fonction $\xi_n(\tau)$ dont il vient d'être parlé et montre que, pour plusieurs catégories étendues de valeurs fractionnaires de n, elle peut être ramenée aux fonctions elliptiques. On verra également dans le même Ouvrage comment, parfois, l'étude de la trajectoire elle-même (et non plus seulement de l'hodographe) pour ce cas de résistance monome peut être poussée loin : on lira, par exemple, les perfectionnements apportés par MM. de Sparre et Demogue aux recherches de Greenhill sur le cas de la résistance cubique.

Pour le cas où l'exposant n est quelconque, M. le commandant Demogue a montré qu'on pouvait généraliser les développements en séries entières (suivant les puissances, soit de l'abscisse, soit d'un certain paramètre proportionnel à la valeur initiale de la résistance) qui n'avaient été obtenues par Otto que pour $n = 2$; il écrit sous une forme très simple la loi de récurrence des coefficients. On peut aussi (toujours pour n quelconque) obtenir sous une forme relativement simple et discuter les équations de la trajectoire en faisant l'approximation classique de Siacci ; et, là encore, MM. de Sarre et Demogue ont ajouté notablement à nos connaissances.

III. **Calcul pratique.** — En fait, la balistique extérieure, même réduite à son problème principal (mouvement du projectile supposé punctiforme), relève de méthodes de calcul approximatif. Bien que longuement étudiées au cours du XIXe siècle, celles-ci ont reçu, du fait de la guerre, une impulsion nouvelle. Plusieurs parties des travaux déjà mentionnés relèvent de cet ordre d'idées.

Mais nous ne pouvons parler de ces questions de calcul sans noter un autre progrès essentiel imposé par les exigences de la guerre. Jusqu'à celle-ci, l'application numérique des calculs balistiques était faite isolément et à nouveau pour chaque cas d'espèce. Les calculs entrepris en vue d'une pièce déterminée étaient sans valeur pour toutes les suivantes. Un tel manque de coordination entachait déjà les Tables élaborées pendant le temps de paix et dans lesquelles les officiers appelés à les utiliser sur le front ont

constaté de véritables contradictions. Mais il s'est montré tout à fait inadmissible à partir du moment où les nouveaux modèles de canons se sont succédé avec la rapidité que l'on sait, sans que nos services aient disposé des moyens d'en simplifier les calculs successifs.

Grâce aux soins de MM. Emery, Risser et Parodi à la Section technique de l'Artillerie, de MM. Lebesgue et Montel à la Direction des Inventions; au dévouement des nombreux collaborateurs recrutés par eux, cette lacune a été comblée. On possède maintenant des réseaux de trajectoires permettant d'obtenir le mouvement, par une interpolation simple, pour des valeurs quelconques de l'angle de projection, de la vitesse initiale et du coefficient balistique dans des limites étendues, et cela d'une manière aussi exacte que le permettent nos connaissances présentes de la loi de la résistance de l'air.

En effet, il ne faut pas oublier, comme le remarque M. Parodi, que les tables de tir ne valent que ce que valent les expériences qui servent de base aux calculs, et que l'appareil mathématique dont on les a entourées ne peut augmenter en rien leur exactitude, et il y a lieu d'espérer, avec lui, que, du point de vue expérimental même, les études seront reprises avec les précautions dont les leçons de la guerre lui ont révélé l'importance.

Pour un type de canon en particulier (155 C. Schneiner), l'Académie a reçu des abaques dus à M. le commandant Risser.

Indépendamment des méthodes classiques et de leurs perfectionnements, d'autres modes de détermination nous ont été suggérés, fondés, soit sur l'assimilation d'un petit arc d'hodographe à sa tangente ou à son cercle osculateur (Note de M. Parodi), soit sur des procédés graphiques, avec tout l'avantage de simplicité que ces derniers peuvent apporter. Un procédé de même nature avait été décrit dans une Note de M. Olive insérée aux *Comptes rendus* du 8 janvier 1917. M. Parodi nous a communiqué à cette occasion la Note analogue qu'il a rédigée à l'usage de la Commission d'expériences de Calais sur les méthodes qu'il avait imaginées et appliquées tant dans les travaux de cette Commission que dans ceux du service de l'artillerie lourde à grande puissance. Comme le résultat de M. Parodi, procédant du même principe que celui de M. Olive, réalise sur lui un progrès certain dans la réalisation, il nous apparaît qu'il y a lieu de le publier.

M. Parodi a également étudié la construction de la trajectoire elle-même, une fois l'hodographe déterminé.

Nous mettrons encore, sous cette rubrique, outre une Note tout élémentaire de M. le capitaine Bertin, portant détermination des volumes et

moments d'inertie de quelques solides de révolution simples, les recherches poursuivies au Laboratoire d'Essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, sous la direction de M. Cellerier, sur les vices de forme des projectiles [1]. Les épreuves courantes auxquelles sont soumis les obus lors de leur fabrication ne portent que sur le balourd statique (excentration du centre de gravité par rapport à l'axe de figure). Or le mouvement du projectile, tant dans l'âme que dans l'atmosphère, dépend aussi de ses balourds dynamiques, c'est-à-dire des défauts intéressant la position des axes principaux d'inertie.

L'appareil de rotation expérimenté au Laboratoire d'Essais permet de mettre en évidence les uns et les autres.

IV. **Propriétés des trajectoires. Perturbations.** — Nous revenons au point de vue mathématique avec l'étude des propriétés géométriques des trajectoires et surtout, conformément au point de vue de la Mathématique moderne depuis Poincaré, celle de leurs relations mutuelles.

Nous signalons donc et nous proposons de publier une élégante construction du centre de courbure de l'hodographe par M. Parodi. Nous proposons également de publier trois Notes de M. René Garnier, chargé de cours à la Faculté des Sciences de Poitiers. La première donne une détermination de la tangente au lieu des points de courbure maxima des trajectoires; la seconde montre que si deux hodographes ont un contact d'ordre n, les trajectoires correspondantes ont un contact d'ordre $n+2$. Enfin, la troisième est consacrée à la détermination du point de contact d'une trajectoire balistique avec la courbe de sûreté. Ces trois sujets, malgré leur intérêt évident (surtout en ce qui concerne le dernier), n'avaient pas été traités à notre connaissance.

Les circonstances de guerre ont particulièrement attiré l'attention des chercheurs sur les *petites perturbations des trajectoires*. Ce sujet, classique au point de vue mathématique, s'est montré d'une grande importance au point de vue pratique, puisqu'il gouverne l'étude des corrections de toute sorte à apporter au tir. Cette question est une de celles auxquelles s'appliquent particulièrement nos observations générales. Nous avons été saisis de quatre solutions (MM. Haag, René Garnier, Kampé de Fériet, Rousier) et d'autres, à notre connaissance, ont été élaborées à la Section technique de l'Artillerie. Les deux premiers auteurs que nous venons de

(1) Une question analogue avait déjà été étudiée relativement aux roues des wagons et locomotives.

citer ont eu le mérite de ne pas négliger, à ce point de vue, le cas des trajectoires zénithales, que le tir antiaérien signale à l'attention et qui présente un certain intérêt théorique avec quelques difficultés particulières.

L'action du vent a dû être entièrement reprise pendant cette guerre, le tir sous grands angles ne permettant pas de négliger la variation du vent en altitude. A ce sujet sont consacrées les Notes de M. Risser, celle du 21 mai 1917 étant relative au cas où la vitesse de vent varie quadratiquement, celle du 7 juillet au cas général où la vitesse est régie par une loi empirique, telle que la donnent les sondages [1].

Ces études théoriques étaient d'ailleurs destinées à être utilisées sur le front, par conséquent leurs résultats devaient être matérialisés de manière à permettre le calcul numérique avec le maximum de rapidité. Le nombre des abaques et appareils imaginés dans ce but est très grand. L'un d'eux nous a été présenté : celui qui a été étudié par l'ingénieur d'artillerie Abadie à la Commission de Gâvres.

V. **Principes physiques de la question.** — Dans tous les travaux qui précèdent, le point de départ adopté est l'équation du problème principal, obtenue en adjoignant à la pesanteur une résistance tangentielle de la forme $cF(v)$. Tout au plus, dans plusieurs d'entre eux, a-t-on introduit une variation exponentielle du coefficient c avec l'altitude.

Les principes mêmes sur lesquels repose la formation de cette équation demandent, cependant, eux aussi, à être examinés.

M. Parodi a été conduit, par les sondages de Teisserenc de Bort, à penser que la densité de l'air (en facteur dans le coefficient c) devait éprouver une variation notablement plus rapide que celle qui est classiquement prévue à partir de l'altitude 12 000, une couche isotherme commençant à ce moment. Comme il le signale dans la Note qui figure à notre dossier, le fait a été pleinement confirmé par les expériences du professeur Gamba. M. Parodi applique ce résultat au calcul d'une trajectoire à longue portée.

Mais un fait théorique fondamental a, d'autre part, été acquis à la Science au cours de ces années de guerre, et ce fait a une répercussion directe sur l'équation même de la Balistique. M. le capitaine Darrieus a montré que les équations complètes du mouvement du milieu aérien (y

---

[1] La question a d'autre part été étudiée complètement à la Mission de tir aérien de Gâvres.

compris celles qui régissent les discontinuités) admettent une homogénéité particulière, et celle-ci entraîne une conséquence correspondante relative à la loi balistique de résistance de l'air (¹). La loi rappelée ci-dessus et classiquement admise ne peut être conservée : elle est incompatible avec la loi exacte dès que la fonction F n'est pas quadratique.

M. Langevin a pu, peu après, remplacer les considérations de théorie cinétique dont s'était servi M. Darrieus, par des raisonnements fondés par les équations classiques de l'Hydrodynamique.

La valeur d'une pareille découverte ne saurait être trop hautement appréciée. C'est le premier pas d'une Aérodynamique et d'une Balistique extérieure vraiment rationnelles. Elle a, d'ailleurs, dès à présent, une conclusion pratique, en nous imposant une forme nouvelle pour les corrections de portée dues aux variations atmosphériques.

Cette découverte, M. Vessiot a également le droit de la revendiquer. Il nous la signale dans une Note sommaire et nous fait connaître que le Mémoire dans lequel il a établi les différents faits qui viennent d'être énumérés a été communiqué dès 1917 à diverses personnalités scientifiques. Il convient d'autant plus de signaler son rôle en l'espèce que la méthode employée lui est propre et se distingue par les qualités de simplicité et d'élégance qui caractérisent son talent.

VI. **Balistique intérieure.** — Une loi d'homogénéité nouvelle a également été obtenue en Balistique intérieure et, quoique déduite presque immédiatement de considérations très élémentaires, constitue un complément important aux propriétés analogues connues jusqu'ici. Elle est due à M. Bartozewski et nous a été communiquée dans une courte Note qui figure au dossier. La publication de cette Note nous paraît s'imposer (²).

VII. **Balistique expérimentale. Enregistrement des trajectoires.** — La Balistique est trop peu dégagée encore du domaine de l'empirisme pour que tous ses résultats ne réclament pas un contrôle expérimental. Mais on ne peut plus se contenter, à cet effet, des méthodes classiques, telles que celle des cadres cibles. Déjà très incomplètes en ce qui concerne les trajectoires

---

(¹) Le fait ayant été pressenti par les physiciens dans les cas les plus simples (voir les *Scientific Papers* de Lord Rayleigh, t. 5, p. 534; extrait 341). Mais, autant qu'on en peut juger par le texte de Lord Rayleigh, il y a loin d'une telle indication à une démonstration générale et rigoureuse, telle que celle qui est maintenant acquise.

(²) C'est également à la Balistique intérieure qu'est relative une grande partie de l'œuvre de M. Sugot (voir le Rapport cité de M. le général Bourgeois).

envisagées avant 1914, elles devenaient tout à fait insuffisantes pour le tir sous grands angles dont les nécessités de guerre ont imposé l'étude.

M. Dunoyer nous a adressé sur ce point un Mémoire étendu. Bien que la question ait fait l'objet d'études systématiques à la Section de Tir aérien de Gâvres, nous estimons que les méthodes élaborées sur ce sujet important, par un physicien éprouvé, opérant d'ailleurs dans des conditions un peu différentes de celles où l'on se plaçait à Gâvres (M. Dunoyer a étudié le tir d'avion sur sol), doivent être portées à la connaissance des techniciens, et nous proposons leur publication.

L'Académie a également reçu un article du *Monthly Weather Review*, relatant d'importantes expériences sur la déviation due au vent, effectuées aux îles Hawaï et conduisant à modifier, sur certains points, les idées reçues.

VIII. **Phénomènes accessoires du tir.** — Une série d'études sur l'ensemble des phénomènes de toute espèce qui accompagnent le tir a été poursuivie, à Gâvres, par M. Esclangon. La Commission est saisie d'une partie des résultats de M. Esclangon. Ces résultats ont un intérêt scientifique au-dessus de toute contestation et nous en proposons la publication.

M. Malburet a adressé une double Communication dont une première partie est consacrée au second claquement que peuvent produire certaines pièces. Ce fait figure au nombre de ceux dont s'est occupé M. Esclangon. M. Malburet a le mérite de l'avoir retrouvé de son côté. D'autre part, le même auteur montre, contrairement à une assertion émise dans la presse, que l'erreur de repérage due au claquement ne peut pas dépasser 90°. Le fait mérite d'être noté; mais la démonstration qui en est donnée pourrait être améliorée sous le rapport de la rigueur.

En résumé, nous proposons la publication des travaux suivants :

Le Mémoire de M. *Drach* sur l'intégration logique de l'équation balistique et, le cas échéant, une Note de M. *Denjoy* sur le même sujet;

Note de M. *Kampé de Fériet* [expression de $\xi_n(\tau)$ par une série hypergéométrique];

Note de M. *Parodi* sur le calcul d'un réseau de trajectoires balistiques;

Note du même auteur sur le tracé mécanique de l'hodographe balistique;

Note sur le centre de courbure de l'hodographe ;

Trois Notes de M. *René Garnier* sur le lieu des points de courbure maxima des trajectoires; sur le contact des trajectoires balistiques déduit de celui des hodographes; sur la courbe de sûreté;

Note de M. *Bartozevski* sur la balistique intérieure;

Note de M. *Dunoyer* sur l'enregistrement photographique des trajectoires;

Communications de M. *Esclangon*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de *Lord Rayleigh*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 46,

M. Michelson	obtient.	39	suffrages
Sir Norman Lockyer	»	5	»
M. Guye	»	2	»

M. A. **Michelson**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Gustaf Retzius*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 42,

M. Viguier	obtient.	24	suffrages
M. R. Kœhler	»	7	»
M. L. Léger	»	4	»
M. Boutan	»	2	»
M. Dubois	»	2	»
M. Dubosq	»	2	»
M. Huguet	»	1	suffrage

M. **Camille Viguier**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire de *Culture* déclarée vacante au Muséum d'Histoire naturelle par arrêté en date du 17 janvier 1920.

(Renvoi à la Section de Botanique.)

M. le **Maire de Bordeaux** invite l'Académie à se faire représenter à la cérémonie où sera rappelé le serment fait, dans la salle du Grand Théâtre, par l'Assemblée nationale le 1er mars 1871.

L'Académie désigne M. le général **Bourgeois**, auquel seront invités à se joindre les Correspondants de l'Académie résidant à Bordeaux : MM. **Ulysse Gayon**, **Jean Bergonié** et **Camille Sauvageau**.

M. L. **Bianchi**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie; M. G. **Ciamician**, élu Associé étranger, adressent des remercîments à l'Académie.

M. V. M. **Slipher** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Tome troisième du *Rapport général sur l'industrie française, sa situation, son avenir*. (Présenté par M. A. Haller.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *La courbure linéaire et aréale oblique d'une surface.* Note de M. **Nilos Sakellariou**, présentée par M. Appell.

1. Dans son *Bulletin d'études mathématiques supérieures*, M. N. Hatzidakis désigne (1918, p. 10) comme courbure linéaire d'une surface (S) le long de la tangente à une ligne MM′ de (S) au point M, la dérivée $\frac{d\omega}{ds}$, où $\Delta\omega$ représente l'angle des deux droites qui sont normales à (S) aux points M, M′. Dans un travail antérieur (*Generalisation of a formula from the theory of the surfaces*, anniversaire de l'Université d'Athènes, 1905-1906, p. 349) et dans son livre (*Introduction à la théorie des surfaces*, 1913, p. 91), M. Hatzidakis donne une formule plus générale que celle qui exprime l'angle infinitésimal de deux normales à la surface.

Dans ce qui suit, je donne une formule générale pour la notion plus générale *de courbure linéaire oblique* d'une surface le long de ses lignes, et une autre pour *la courbure aréale oblique* d'une surface en un de ses points M.

2. Si (g) est une droite arbitraire dans l'espace, qui passe par le point M de (S), dont les cosinus absolus sont désignés par $L_i (i = 1, 2, 3)$, les cosinus de ces angles avec le trièdre mobile de MM' [déterminé par la tangente en M, par la normale à cette ligne tangente à (S) et par la normale à (S) en M] par (a, b, c), et de plus si (α, β, γ), $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$, (l, m, n) sont les cosinus du trièdre avec les axes constants, on a la formule suivante pour la courbure linéaire oblique de (S) au point M :

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^2 = \sum\left(\frac{db_i}{ds}\right)^2 = \sum\left(\frac{d\alpha}{ds}\right)^2 + a^2\sum\left(\frac{d\alpha}{ds}\right)^2 + b^2\sum\left(\frac{d\alpha_1}{ds}\right)^2 + c^2\sum\left(\frac{dl}{ds}\right)^2 \\ + 2\sum\left(\alpha\frac{d\alpha_1}{ds}\right)\left(b\frac{da}{ds} - a\frac{db}{ds}\right) + \sum\left(\alpha\frac{dl}{ds}\right)\left(c\frac{da}{ds} - a\frac{dc}{ds}\right) \\ + 2\sum\left(\alpha_1\frac{dl}{ds}\right)\left(c\frac{db}{ds} - b\frac{dc}{ds}\right) + 2ab\sum\left(\frac{da}{ds}\right)\left(\frac{d\alpha_1}{ds}\right) \\ + 2ac\sum\left(\frac{da}{ds}\right)\left(\frac{dl}{ds}\right) + 2bc\sum\left(\frac{d\alpha_1}{ds}\right)\left(\frac{dl}{ds}\right),\end{aligned}$$

où $\Delta\omega$ représente l'angle des deux droites (g) qui correspondent aux points M, M' de MM'. En désignant par k_n, k_g les projections de la courbure de MM' sur la normale et sur le plan tangent de (S), par t la torsion géodésique, en M, on trouve

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^2 = \sum\left(\frac{da}{ds}\right)^2 + (a^2+b^2)k_g^2 + (a^2+c^2)k_n^2 + (b^2+c^2)t^2 \\ + 2\left(a\frac{db}{ds} - b\frac{da}{ds}\right)k_g + 2\left(a\frac{dc}{ds} - c\frac{da}{ds}\right)k_n \\ + 2\left(b\frac{dc}{ds} - c\frac{db}{ds}\right)t + 2abk_n t + 2bck_n k_g + 2ack_g t.\end{aligned}$$

Nous pouvons introduire dans la formule précédente les quantités k', k'', qui représentent la torsion et la courbure totale de MM' en M, si l'on pose

$$k_n = k\cos\varphi, \qquad k_g = -k\sin\varphi, \qquad t = k' - \frac{d\varphi}{ds}$$
$$(k = \text{courbure de MM' en M}),$$

où φ est l'angle de la première normale de MM' en M avec la normale de (S), et, du reste, éliminer les k, k' à l'aide des formules d'Euler et de Bonnet-Bertrand :

$$k\cos\varphi = k_1\cos^2\theta + k_2\sin^2\theta, \qquad k' - \frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{2}(k_2 - k_1)\sin(2\theta),$$

où k_1, k_2 sont les courbures principales en M, et θ l'angle défini par

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{dy}{dx} \qquad (v = y,\ u = x).$$

La formule générale ci-dessus contient un grand nombre d'autres formules comme cas particuliers : par exemple, la courbure tangentielle, normale, totale, torsion géodésique, etc. de la courbe considérée.

3. Si $(\overline{g})$ est une droite arbitraire dans l'espace qui passe par le point $M(x, y, z)$ de (S), (A, M, N) ses cosinus absolus, (a, b, c) celui de ses angles avec le trièdre principal de (S) en M, et, de plus, (A_1, B_1, C_1), (A_2, B_2, C_2), (l, m, n) les cosinus du trièdre par rapport aux axes immobiles, on trouve la formule suivante pour la courbure aréale oblique de (S) :

$$\begin{aligned}
K = \frac{d\Sigma}{dS} = {} & a^2 \frac{\partial(A_1, B_1)}{\partial(x, y)} + b^2 \frac{\partial(A_2, B_2)}{\partial(x, y)} + c^2 \frac{\partial(l, m)}{\partial(x, y)} + ab\left[\frac{\partial(A_1, B_2)}{\partial(x, y)} - \frac{\partial(B_1, A_2)}{\partial(x, y)}\right] \\
& + ac\left[\frac{\partial(A_1, m)}{\partial(x, y)} - \frac{\partial(B_1, l)}{\partial(x, y)}\right] + b\left[\frac{\partial(A_2, m)}{\partial(x, y)} - \frac{\partial(B_2, l)}{\partial(x, y)}\right] \\
& + a\left[A_1 \frac{\partial(a, B_1)}{\partial(x, y)} - B_1 \frac{\partial(a, A_1)}{\partial(x, y)} + A_2 \frac{\partial(b, B_1)}{\partial(x, y)} \right. \\
& \qquad \left. - B_2 \frac{\partial(b, A_1)}{\partial(x, y)} + l \frac{\partial(c, B_1)}{\partial(x, y)} - m \frac{\partial(c, A_1)}{\partial(x, y)}\right] \\
& + b\left[A_1 \frac{\partial(a, B_2)}{\partial(x, y)} - B_1 \frac{\partial(a, A_2)}{\partial(x, y)} + A_2 \frac{\partial(b, B_2)}{\partial(x, y)} \right. \\
& \qquad \left. - B_2 \frac{\partial(b, A_2)}{\partial(x, y)} + l \frac{\partial(c, B_2)}{\partial(x, y)} - m \frac{\partial(c, A_2)}{\partial(x, y)}\right] \\
& + c\left[A_1 \frac{\partial(a, m)}{\partial(x, y)} - B_1 \frac{\partial(a, l)}{\partial(x, y)} + A_2 \frac{\partial(b, m)}{\partial(x, y)} \right. \\
& \qquad \left. - B_2 \frac{\partial(b, l)}{\partial(x, y)} + l \frac{\partial(c, m)}{\partial(x, y)} - m \frac{\partial(c, l)}{\partial(x, y)}\right] \\
& + (A_1 B_2 - A_2 B_1) \frac{\partial(a, b)}{\partial(x, y)} + (A_1 m - B_1 l) \frac{\partial(a, c)}{\partial(x, y)} + (A_1 m - B_1 l) \frac{\partial(b, c)}{\partial(x, y)},
\end{aligned}$$

où dS est un triangle infinitésimal MM_1M_2 de (S) et $d\Sigma$ son image sur la sphère de Gauss, ainsi qu'à chaque point de dS correspond une droite $(\overline{g})$ et un point de $d\Sigma$, l'extrémité du rayon parallèle à $(\overline{g})$.

En posant $a = 0$, $b = 0$, $c = 1$, on a la courbure de Gauss. Au moyen de l'expression ci-dessus de K, on peut généraliser la formule de Rodrigues qui donne la courbure totale d'un triangle géodésique de (S).

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur certains mouvements cycliques avec ou sans tourbillons.* Note de M. HENRI VILLAT.

Dans un domaine fluide annulaire $\left(q = e^{-\frac{\pi\omega_3}{i\omega_1}} \leq |z| \leq 1\right)$, il peut exister des configurations cycliques comportant n tourbillons d'intensité k (ou aussi alternativement $\pm k$ si n est pair) disposés aux sommets d'un polygone régulier. Dans le plan complexe z, sauf aux centres des tourbillons, la fonction f qui détermine le mouvement est, en se plaçant par exemple dans le premier cas et en mettant un tourbillon au point $re^{i\lambda}$,

$$f = \mathrm{A}i\log z + \frac{k}{2i\pi}\log\frac{\sigma\left[\frac{\omega_1}{i\pi}(i\lambda - \log z + \log r)\,\middle|\,\frac{\omega_1}{n}\,\omega_3\right]}{\sigma\left[\frac{\omega_1}{i\pi}(i\lambda - \log z - \log r)\,\middle|\,\frac{\omega_1}{n}\,\omega_3\right]}$$
$$- \frac{k\omega_1^2}{i\pi^3}\log r\log z\left\{p\left(\frac{2\omega_1}{n}\,\middle|\,\omega_1\,\omega_3\right) + p\left(\frac{4\omega_1}{n}\,\middle|\,\omega_1\,\omega_3\right) + \ldots + p\left[\frac{2(n-1)\omega_1}{n}\,\middle|\,\omega_1\,\omega_3\right]\right\}.$$

La vitesse de chaque tourbillon est normale au rayon vecteur et égale à

$$\mathrm{V} = -\frac{\mathrm{A}}{r} - \frac{k}{4\pi r} + \frac{ik\omega_1}{2\pi^2 r}\zeta\left(\frac{2\omega_1}{i\pi}\log r\,\middle|\,\frac{\omega_1}{n}\,\omega_3\right)$$
$$- \frac{k\omega_1^2\log r}{\pi^3 r}\left\{p\left(\frac{2\omega_1}{n}\,\middle|\,\omega_1\,\omega_3\right) + \ldots + p\left[\frac{2(n-1)\omega_1}{n}\,\middle|\,\omega_1\,\omega_3\right]\right\}.$$

Pour une valeur convenable de A, c'est-à-dire du débit, cette vitesse est nulle. Le système ainsi constitué est stable.

Par une transformation conforme, on peut passer du cas simple précédent au cas d'un mouvement cyclique avec n tourbillons dans un domaine S ayant la connexion de l'anneau. Soit $\mathrm{Z} = \mathrm{Z}(z)$ la relation qui permet de passer du plan z au plan Z, où nous placerons l'anneau circulaire. Il est ici extrêmement intéressant d'appliquer l'ingénieuse méthode de M. B. Caldonazzo (1). Imaginons le domaine S occupé par un fluide irrotationnel, on fera correspondre S à l'anneau, en posant, les notations f, Ω concernant le mouvement auxiliaire,

$$\mathrm{Z} = e^{\frac{2i\pi f}{\varphi_0}}; \qquad \frac{df}{dz} = e^{-i\Omega} = e^{\mathrm{T}} e^{-i\Theta}.$$

(1) *Atti dei Lincei*, 1919, p. 191, 301, 501.

Car la fonction $\Omega(z)$, *non uniforme* dans l'anneau, peut être calculée en utilisant les principes d'un de mes Mémoires antérieurs ([1]). Si l'on considère un des tourbillons $(Z = re^{i\lambda})$, on trouve que les composantes de sa vitesse sur les directions tangente et normale à la ligne de courant du mouvement auxiliaire sont

$$\begin{aligned} V_{\text{tang}} = \frac{k}{4\pi}\frac{\partial\Theta}{\partial s} + ai\left\{\frac{4\omega_1^2 k}{\pi\varphi_0^2}\left[p\left(\frac{2\omega_1}{n}\right) + p\left(\frac{4\omega_1}{n}\right) + \ldots\right]\psi - \frac{2A\pi}{\varphi_0} - \frac{ik\omega_1}{\pi\varphi_0}\zeta\left(\frac{4\omega_1\psi}{i\varphi_0}\right)\right\} \\ \times\sigma\left(\frac{4\omega_1\psi}{i\varphi_0}\right)e^{-\frac{4A\pi^2}{k\varphi_0}\psi + \frac{8\omega_1^2}{\varphi_0^2}\left[p\left(\frac{2\omega_1}{n}\right) + p\left(\frac{4\omega_1}{n}\right) + \ldots\right]\psi^2}, \end{aligned}$$

$$V_{\text{norm}} = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial T}{\partial s}.$$

Dans ces formules, les dérivées sont prises par rapport à l'arc s d'une ligne $\psi = \text{const.}$

Si l'on suppose que le champ S possède une symétrie d'ordre n autour d'un centre, les points d'arrêt se disposent sur une courbe ondulée à n arches entre les deux frontières. On est conduit à des calculs très élégants en considérant, par exemple, le domaine limité par deux polygones réguliers concentriques, auquel cas l'introduction des tourbillons correspond très naturellement à la présence des pointes du polygone intérieur.

Cependant l'étude des mouvements cycliques autour d'un solide présentant un ou plusieurs angles doit être poursuivie d'une façon plus rationnelle, en admettant qu'en chacun des angles en question la ligne de courant quitte le contact avec la paroi pour la rejoindre plus loin. En supposant le fluide indéfini autour d'un solide le long duquel le contact cesse une fois, la solution générale est la suivante : le mouvement ayant lieu dans le plan z, F et Z étant deux variables auxiliaires, on a

$$dz = \frac{\varphi_0}{2i\pi}e^{i\Omega(Z)}\frac{dF}{F}; \qquad \frac{F - e^{i\alpha}}{F - e^{-i\alpha}} = -e^{i\alpha}\left(\frac{Z-1}{Z+1}\right)^2;$$

φ_0 et α sont deux constantes, et la fonction Ω est définie par

$$\Omega(Z) = i\log Z + \frac{1-Z^2}{\pi}\int_0^\pi \frac{\mathcal{F}(t)\,dt}{1 - 2Z\cos t + Z^2}.$$

Si l'on pose, θ étant l'argument de Z pour $|Z| = 1$,

$$\mathcal{F}(t) = \mathcal{G}(t) + \theta,$$

([1]) *Circolo di Palermo*, 1912.

la fonction $\mathcal{G}(t)$ doit satisfaire à deux conditions de fermeture, à savoir

$$\int_0^\pi \mathcal{G}(t) \frac{\cos t\left[1+\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\sin^2 t\right]}{\left[\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cos^2 t\right]^2} dt = \frac{2\pi\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\pi}{8}\left[\cos\frac{\pi}{8}-\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{8}\right)\right]}$$

et une autre de même forme.

Le procédé précédent n'est plus valable dès que le nombre des cessations de contact dépasse l'unité. Mais, si le solide possède une symétrie d'ordre n, la solution générale est encore abordable : c'est le cas pour une frontière polygonale régulière. En ne prenant en considération qu'un secteur du domaine, compris entre les équipotentielles aboutissant à deux contacts successifs, j'ai pu expliciter la solution dans le cas général. Les conditions que j'appelle « de fermeture » sont vérifiées d'elles-mêmes, mais il s'introduit d'autres conditions. Par exemple, pour le polygone régulier, il faut exiger l'alignement de certains points : cela conduit à la détermination d'une certaine constante α au moyen de la relation

$$\int_0^\alpha \sin\left[\mathrm{H}(\varepsilon)-\frac{\varepsilon}{n}\right] d\varepsilon = 0$$

avec

$$\mathrm{H}(\varepsilon) = \frac{2}{n\pi}\left[\operatorname{tang}\left(\frac{\varepsilon}{2}-\frac{\alpha}{4}\right)\frac{\sqrt{\sin\frac{\varepsilon}{2}}+\sqrt{\sin\frac{\alpha-\varepsilon}{2}}}{\sqrt{\sin\frac{\varepsilon}{2}}-\sqrt{\sin\frac{\alpha-\varepsilon}{2}}}-\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}\right]$$

$$\times\int_0^\pi \frac{\operatorname{arc\,tang}\left(\dfrac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}-\operatorname{tang}^2\frac{\varphi}{2}}\right)}{\operatorname{tang}\frac{\alpha}{4}-\cos\varphi\operatorname{tang}\left(\frac{\varepsilon}{2}-\frac{\alpha}{4}\right)} d\varphi.$$

On peut rattacher aux considérations précédentes toutes sortes de questions du même ordre; on en trouvera les calculs dans le Mémoire détaillé, notamment pour le cas plus compliqué où le fluide n'est pas illimité autour du solide central, et pour le cas où le solide intérieur présente deux pointes sans qu'il y ait symétrie.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les bétons légers : Calcul de l'augmentation de puissance que leur emploi procure à l'art de bâtir.* Note [1] de M. **Charles Rabut**, présentée par M. L. Lecornu.

Dans les constructions en maçonnerie ou en béton, le *poids mort* est presque toujours une cause de fatigue, donc de dépense, que l'on a depuis longtemps combattue, d'abord par l'*évidement* des massifs, puis par l'emploi de *liants plus résistants*, plus tard par l'introduction d'*armatures métalliques*, enfin par le choix de *pierres légères*. Ce dernier moyen, le plus simple de tous, n'est appliqué systématiquement que depuis peu d'années et sur une échelle encore restreinte : pour le susciter, il n'a fallu rien moins que la *crise de la main-d'œuvre* qui, avantageant l'emploi de pièces moulées d'avance et mises en place par des grues, fait naître de toute réduction des masses à manutentionner une économie de temps et d'argent.

Tel est le motif des recherches expérimentales que j'ai entreprises dès 1909 sur les bétons de mâchefer. J'ai établi, notamment, que, pour une même teneur en ciment après contraction, le béton de mâchefer est généralement plus résistant que le béton de gravier, quelquefois un peu moins; qu'il pèse de 30 à 40 pour 100 de moins, que le rapport de la résistance au poids est maximum pour un volume de sable quatre ou cinq fois moindre que celui de mâchefer.

A la suite de ces essais, j'ai construit en béton de mâchefer les parties principales de deux ouvrages importants, savoir : le pont sous la station d'Asnières et l'appontement dit de Lestonnat dans le port de Bordeaux. Je termine actuellement, dans l'arsenal de Lorient, un grand appontement entièrement en béton de mâchefer comportant des pilotis de 20^m de long et $0^m,40$ d'équarrissage. Je fais exécuter en béton léger des wagons-citernes et des bateaux. Mais cette dernière application se développe surtout aux États-Unis, grâce à l'emploi de briques poreuses ne pesant que le tiers de l'eau et fournissant un béton de résistance normale sous le poids 1,3. On arrive donc à faire des bétons moitié moins lourds, à résistance égale, que ceux de gravier.

Leur étude théorique comporte deux parties : 1° Calcul du *rendement* de chaque type d'ouvrage (rapport de sa résistance à son prix), en fonction du *poids spécifique*, de la résistance et du prix du béton; 2° calcul du

---

[1] Séance du 16 février 1920.

maximum de hardiesse que permet d'atteindre un béton défini par sa résistance r et son poids spécifique p. C'est un aperçu de cette seconde étude que je désire donner ici en montrant de combien les limites extrêmes actuellement atteintes pour l'ouverture, la hauteur, etc., des grands ouvrages peuvent d'ores et déjà être relevées par l'emploi de bétons légers armés ou non.

Il y a de grandes différences, à ce point de vue, entre les divers types d'ouvrage : ainsi, pour les *ponts suspendus*, bien que l'emploi d'un béton léger dans les pylônes et le platelage procure une grande économie, surtout si ce dernier est utilisé comme poutre raidissante, il n'en résulte aucun relèvement sensible dans la limite de la portée franchissable.

Tout autre est le cas des *ponts voûtés*. Pour ceux qui supportent une route peu fatiguée, un aqueduc, etc., où la surcharge n'est qu'une petite partie du poids mort, le rayon d'une voûte non armée a pour formule

$$\rho = \frac{r}{p};$$

une réduction de moitié sur p sans changer r permet donc de *doubler* le maximum du rayon, c'est-à-dire de la hardiesse : à qualité et quantité égales de ciment, on porte cette limite de 100^{m} à 200^{m}. Pour les voûtes sous rails les plus lourdement chargées, la majoration dépasse encore 30 pour 100.

L'ouvrage le plus instructif à cet égard est *le mur de réservoir*, parce qu'avant la crise économique, la densité de la maçonnerie y était un élément favorable au rendement. Étudions d'abord un mur construit suivant les principes en vigueur : massif plein en maçonnerie ou béton de chaux *non armé*, profil triangulaire, parement amont vertical, pression intérieure amont égale en charge à celle de l'eau et pouvant, à vide, atteindre $\frac{3}{2}$. D'où les deux conditions $h \leqq r$ et $h \leqq \frac{3r}{2p}$ $\Big($celle relative au parement aval, $h \leqq \frac{2r}{p}$, n'intervenant pas$\Big)$. Pour $p = 2,4$, c'est la seconde qui intervient et donne $h \leqq \frac{r}{1,6}$; pour $p = 1,2$, c'est la première. La limite actuelle de hauteur, 100^{m}, peut donc être portée à 160^{m}. Avec un profil de même forme pourvu de mon *armature-surface* (tôle d'acier d'épaisseur e formant le parement amont), le mur, étanche, peut sans risque subir une tension. Soit r' la valeur de cette tension dans l'armature; appelant, comme d'usage, m le coefficient d'équivalence et y la distance de l'axe neutre au

parement aval, la loi de Navier s'écrit

$$y = \frac{mr\,b}{r' + mr},$$

puis l'équilibre des forces en projection verticale donne

$$ry = 2r'e + pbh.$$

Éliminant y, il vient

$$\frac{e}{b} = \mathrm{A} - \mathrm{B}\,ph$$

(A, B, fonctions de r, r', m). D'autre part, si n est le rapport des prix par mètre cube de l'acier et du béton, la condition

$$db + n\,de = 0$$

exprime que le rendement du type est *optimum;* combinée avec la précédente, elle donne

$$ph = \text{fonction de } m, n, r, r'.$$

Donc, pour ce second type, si p est réduit de moitié, h peut, de ce seul chef, être *doublée* (en dehors, bien entendu, de l'accroissement considérable de puissance fourni dans les deux cas par l'armature-surface).

On obtient des résultats analogues dans le cas d'une haute cheminée, d'une haute pile de viaduc, d'un pylône de ligne ou de T. S. F., etc.

Traitons enfin le *pieu en béton armé* moulé à plat : comme c'est pendant sa manutention qu'il subit les plus grands efforts, il y a intérêt à le déplacer sous l'eau. Soient l sa longueur, a son équarrissage; on a sous l'eau

$$r = \frac{\mathrm{M}v}{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{K}(p-1)a^3 l^2}{\mathrm{K}' a^4} = \frac{\mathrm{K}(p-1)l^2}{\mathrm{K}' a}$$

(K, K' constantes dépendant de la section du pieu et des points d'attache des amarres).

Donc, pour un équarrissage donné, l peut varier en raison inverse de $\sqrt{p-1}$, c'est-à-dire être *multipliée par* 2,6 et passer d'environ 15^{m} à 40^{m}.

Ces exemples prouvent que les bétons légers mettent à la disposition des constructeurs un surcroît de puissance qui, pour certaines catégories d'ouvrages, et non les moindres, peut atteindre des taux inattendus et faire espérer des applications grandioses.

PESANTEUR. — *De l'influence de la déformation du couteau et du plan de suspension sur la durée des oscillations du pendule.* Note de M. **Paul Le Rolland**, présentée par M. G. Lippmann.

Dans une Note du 15 juillet 1914 (¹), j'ai exposé une réalisation de la méthode photographique, imaginée par M. Lippmann (²) pour la comparaison des pendules.

La grande souplesse de la méthode, sa précision et le fait qu'elle comporte un enregistrement photographique de l'arc d'oscillation m'ont permis d'étudier les variations de la durée de la période en fonction de l'amplitude.

Le pendule à étudier oscille librement et à différents états de son mouvement, sa durée d'oscillation est comparée à celle d'un pendule libre, étalon de temps, oscillant toujours dans les mêmes limites d'amplitude.

Si T_0 est la durée des oscillations infiniment petites et T_α la durée de l'oscillation d'amplitude α, on a

$$T_\alpha = T_0 + \varphi(\alpha).$$

Pendule à couteau oscillant sur divers plans. — On pose ordinairement

$$\varphi(\alpha) = \frac{\alpha^2}{16} T_0.$$

Or, la réduction étant ainsi faite, je constate toujours que la durée de l'oscillation mesurée sous les petits arcs (de quelques minutes) est plus faible que celle qui correspond aux grands arcs (de 1° à 2°).

Pour des couteaux et des plans de grande dureté (agate, acier), la différence des durées, pour le pendule à seconde, est de l'ordre du millionième; elle atteint même quelquefois, sans raison apparente, le cent-millième de seconde.

L'effet devient beaucoup plus considérable si l'on fait osciller le pendule sur des plans moins résistants.

D'autre part, il apparaît nettement que c'est la durée des petites oscillations qui est modifiée par la déformation du support.

En effet, quelle que soit la nature du plan sur lequel repose le couteau, on trouve toujours la même durée d'oscillation, quand on la mesure sous

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 166.

(²) *Comptes rendus*, t. 124, 1897, p. 125.

une amplitude suffisamment grande (2° par exemple). Au contraire, la durée, aux petites amplitudes, varie beaucoup avec la nature du plan.

Je ne puis donner ici que quelques indications : Par exemple, pour un pendule à seconde, entre 2° et $5'$ d'amplitude, les variations correspondant à divers plans ont les ordres de grandeur suivants :

$$\text{Verre} = \frac{1}{100000}\,\text{s}. \qquad \text{Cu rouge} = \frac{2}{10000}\,\text{s}. \qquad \text{Al} = \frac{1}{1000}\,\text{s}. \qquad \text{Pb} = \frac{1}{100}\,\text{s}.$$

Pendule suspendu à un cylindre. — La théorie du roulement avec frottement d'un cylindre (de rayon ρ) sur un plan conduit à poser

$$\varphi(\alpha) = \left(\frac{1}{16}\,T_0 + \frac{\pi^2\rho}{gT_0}\right)\alpha^2.$$

Cette formule ne s'accorde pas avec les faits. Les courbes de variation de durée avec l'amplitude ont exactement même forme qu'avec les couteaux (ce sont sensiblement des hyperboles équilatères), mais elles accusent une énorme influence du support sur la durée des petites oscillations. La durée des grandes oscillations est, ici encore, indépendante de la nature des plans.

Pour interpréter tous ces résultats, il suffit d'admettre qu'au moment où le pendule passe par la verticale, le centre instantané de rotation se déplace brusquement, en sens inverse du mouvement du centre de gravité, de la quantité a, indépendante de l'amplitude, mesurant la largeur de la surface de contact, suivant laquelle le couteau s'écrase sur son support.

Il en résulte, à chaque oscillation double, une perte de phase égale à $4.\arcsin\frac{a}{2h\alpha}$, h étant la distance du centre de gravité au plan de suspension, en sorte que si T_0 est la durée de l'oscillation affranchie de l'action du support et $T_{0,\alpha}$ la durée de l'oscillation d'amplitude α, ces deux durées étant réduites à l'amplitude infiniment petite par la formule ordinaire, on doit avoir

$$(1) \qquad T_{0,\alpha} = T_0\left(1 - \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{a}{2h\alpha}\right).$$

Une théorie plus complète, tenant compte du roulement et de la variation de la réaction du plan ne modifie pas sensiblement cette formule, qui rend bien compte des faits expérimentaux.

Je donnerai, par exemple, quelques valeurs des durées observées, réduites à l'amplitude infiniment petite, et des durées calculées par la formule (1) dans le cas où le pendule est suspendu à un cylindre d'acier de $7^{\text{mm}},5$ de diamètre, roulant sur des plans d'acier.

Amplitude (en radians).	Durée observée.	Durée calculée.
	s	s
0,0013	0,9900	0,9898
0,0031	0,9943	0,9944
0,0057	0,9959	0,9960
0,0088	0,9964	0,9965
0,0114	0,9968	0,9968
0,0155	0,9970	0,9970
0,0191	0,9972	0,9971
0,0269	0,9974	0,9973

La valeur limite T_0, calculée par la formule (1), est $0^s,9976$. C'est exactement la valeur théorique que l'on calcule dans l'hypothèse du roulement sans frottement.

Le calcul donne ici $a = 0^{mm},03$.

Pour les couteaux ordinaires, on trouve a de l'ordre de $\frac{1}{100}\mu$.

La formule (1) montre que l'effet produit sur la durée d'oscillation par l'écrasement du couteau est inversement proportionnel à h. Ce fait est exactement vérifié par l'expérience. On explique d'ailleurs ainsi presque toutes les anomalies rencontrées dans les observations, surtout dans le cas des oscillations des pendules courts et des balances.

En résumé, le roulement du couteau sur le plan de suspension est accompagné de variations dans l'isochronisme des oscillations, non prévues par la théorie ordinairement admise. Il ne s'agit pas, comme l'a supposé Bessel, de l'influence sur le mouvement d'une figure déterminée et rigide de l'arête, ni d'une force élastique du support. L'effet est dû à la déformation mutuelle du couteau et du plan.

Les quelques auteurs qui ont signalé des anomalies de ce genre dans les observations du pendule ont corrigé empiriquement les durées des grandes oscillations. L'expérience nous montre qu'au contraire la correction doit porter sur les petites oscillations.

Cette correction ne peut être prévue *a priori;* elle dépend d'ailleurs de la façon très irrégulière dont se fait le contact entre le couteau et le plan, et c'est là une difficulté de plus dans l'emploi du pendule (avec réversion et échange des couteaux) pour les mesures absolues de la pesanteur [1].

Pour reconnaître l'existence de cette cause d'erreur et l'éliminer, il semble nécessaire, par l'emploi d'une méthode précise et rapide, comme la méthode photographique, de suivre exactement les variations de la durée d'oscillation en fonction de l'amplitude.

---

(1) Voir à ce sujet une Note de M. A. Guillet, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1050.

ÉLECTRICITÉ. — *Un nouvel arc à mercure à courant alternatif.* Note de M. **Henri Georges**, présentée par M. Paul Janet.

On sait que l'arc entre électrodes métalliques ne se maintient pas dans les conditions usuelles en courant alternatif. Aarons a montré que si l'on coupe le courant continu traversant un arc entre électrodes de mercure et qu'on remette la tension aux bornes de cet arc seulement $\frac{1}{100000}$ de seconde après l'interruption, l'arc ne se rallumait pas. On a tourné la difficulté en établissant des lampes à mercure à trois électrodes, l'une étant reliée au point milieu d'un autotransformateur dont les extrémités sont en connexion avec les deux autres. Ce n'est point là un arc à courant alternatif, chaque moitié de la lampe étant parcourue par un courant toujours de même sens.

D'autre part, les études sur les convertisseurs à vapeur de mercure ont conduit à rechercher dans quelles conditions un arc était possible entre deux électrodes de mercure en courant alternatif. On a reconnu que l'arc entre électrodes de mercure déjà chaudes était possible avec des tensions supérieures à 600 volts, à condition que le circuit présente une self-induction notable et que la tension de la vapeur de mercure soit supérieure à 1^{cm} de mercure.

J'ai trouvé qu'on pouvait maintenir un arc entre électrodes de mercure non chauffées au préalable avec une tension d'environ 400 volts, l'amorçage étant réalisé en coupant un filet de mercure réunissant les électrodes dans une atmosphère de néon à la pression d'une vingtaine de centimètres. Mais j'ai été amené, par la suite, à établir une lampe industrielle en quartz, à deux électrodes, basée sur un principe différent, que j'ai pu mettre au point grâce à l'appui que j'ai trouvé auprès de M. Berlemont.

Cette lampe atteint en régime une pression intérieure de vapeur supérieure à 2^{kg} par centimètre carré. Son rendement lumineux est par suite extrêmement élevé. L'allumage est produit directement entre électrodes froides et avec des tensions supérieures à 500 volts.

La lampe est constituée en principe par un tube illuminant en quartz aux extrémités duquel sont soudés des réservoirs contenant une quantité de mercure extrêmement faible (1^{cm^3} pour une lampe de 2 kilowatts). C'est à ce mercure qu'aboutissent les électrodes. La lampe contient une atmosphère de gaz rare (néon de préférence) dont la pression est supérieure à 1^{cm} de mercure. Elle est montée aux bornes du secondaire d'un

transformateur dont le circuit primaire contient une bobine de self. Mieux encore, on peut employer un transformateur à fuites. Dans ces conditions, l'allumage de la lampe est réalisé par simple fermeture du circuit primaire.

La période qui suit immédiatement l'allumage est celle de la luminescence dans le gaz inerte. Le spectre de la lumière émise contient les raies du gaz. La tension aux bornes est de l'ordre de 2 volts par centimètre de longueur d'arc.

Cette période ne dure qu'une fraction de seconde; le mercure est en effet rapidement vaporisé et l'on voit la tension aux bornes de l'arc baisser très vite jusqu'à environ 0,5 volt par centimètre de longueur d'arc. A ce moment la lumière émise ne contient plus que les raies du mercure. Le gaz éliminé du tube illuminant est recueilli dans des réservoirs soudés à ce tube qui servent également à assurer la condensation du mercure. On arrive à ce stade quelques secondes après l'allumage. C'est la période de luminescence dans la vapeur de mercure.

A partir de ce moment, comme la quantité de mercure des électrodes est très faible, la pression croît très vite, ce qui est du reste une condition absolue de stabilité. En même temps la tension aux bornes croît progressivement et, au régime, atteint environ 50 volts par centimètre. L'arc a la forme d'un fin cordon très éclatant et la température de la paroi de la lampe atteint 700°. C'est le régime de l'arc à haute pression. Il est atteint environ 7 minutes après l'allumage.

On voit que j'ai pu réaliser dans cette lampe, sans aucune période d'instabilité, le passage successif par les régimes de la luminescence dans un gaz; luminescence dans le mélange du gaz et de la vapeur de mercure, luminescence dans la vapeur de mercure à basse pression, puis, la pression croissant, atteindre le régime de l'arc à grande pression de vapeur. Pour obtenir ce résultat, il est essentiel de dimensionner très exactement la lampe pour que la pression intérieure monte très vite au début du fonctionnement. On constate en effet que si l'on retarde la vaporisation du mercure des électrodes en refroidissant ces dernières par un jet d'air par exemple, l'arc ne tarde pas à devenir instable et à s'éteindre. D'autre part, les conditions de refroidissement doivent être telles que le régime fixé soit stable et se maintienne indéfiniment.

Un premier type de lampe a été mis au point. La puissance consommée dans l'arc, au régime, est de 2 kilowatts. La lampe, dont le tube illuminant a 40^{cm} de long, est branchée au secondaire d'un transformateur 110/3000 volts. Au régime, le courant dans la lampe est de 1 ampère et la

tension aux bornes 2250 volts avec un facteur de puissance de 0,7 environ.

On peut faire des lampes plus petites qui seront d'un emploi commode au laboratoire, mais l'intérêt de cette nouvelle lampe réside surtout dans la possibilité de réaliser des unités très puissantes. On peut entrevoir la réalisation de lampes de 10 kilowatts et au-dessus qui seront les plus puissantes sources d'ultraviolet qui aient été réalisées jusqu'à ce jour.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les alliages de cuivre, de zinc et de nickel.* Note de M. **Léon Guillet**, présentée par M. Le Chatelier.

Depuis que j'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie les premiers résultats [1] de mes études relatives à l'influence du nickel sur la structure et les propriétés des laitons, l'industrie utilise de façon courante un alliage ayant pour composition

$$Cu = 50, \quad Ni = 5, \quad Zn = 45$$

et présentant les propriétés mécaniques suivantes, à l'état laminé et recuit : charge de rupture par millimètre carré, $R = 50^{kg}$; allongement, A pour 100 = 45; résilience, $\rho = 10$; dureté, $\Delta = 100$.

Cet alliage a une coloration jaune un peu plus pâle que le laiton de décolletage ordinaire et présente une inoxydabilité bien supérieure à celle de ce dernier produit, mais on peut obtenir des laitons au nickel beaucoup plus intéressants encore en abaissant nettement la teneur en cuivre et en augmentant le pourcentage de nickel. Si l'on a soin de maintenir le titre fictif entre 56 et 62 pour 100 de cuivre, d'après la formule que j'ai établie précédemment [2], on a des alliages forgeables à température élevée, dont les propriétés mécaniques sont remarquables, dont la couleur et l'inoxydabilité sont comparables à celles des maillechorts, lesquels ne se travaillent qu'à température ordinaire et renferment toujours une teneur plus élevée en cuivre, et le plus souvent un pourcentage plus fort en nickel.

A titre d'exemple, je signalerai les résultats obtenus avec quelques-uns de ces alliages :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1512.
(2) *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1047.

1° Cu = 46,35; Ni = 10,35; Zn = 43,16; Titre fictif : Cu = 58 :

	R.	A pour 100.	ρ.	Δ.
A l'état brut de coulée	48,3	31,0	11,0	128
A l'état laminé et recuit	56,6	45,0	13,2	137
A l'état étiré (passe de 2mm)	71,6	14,0	5,0	207

2° Cu = 40,46; Ni = 12,86; Zn = 46,52; Titre fictif : Cu = 57 :

	R.	A pour 100.	ρ.	Δ.
A l'état brut de coulée	64,5	7,0	4,3	190
A l'état laminé et recuit	60,8	18,5	7,8	170

Si l'on veut faciliter le travail sur machines-outils de ces alliages, il faut y ajouter, tout comme dans les laitons ordinaires, un faible pourcentage de plomb : 1 à 3 pour 100. Les allongements et la résilience diminuent un peu, le plomb gardant sa personnalité dans l'alliage. Cependant les propriétés restent fort intéressantes. Voici les propriétés mécaniques d'un alliage ayant pour composition :

Cu = 45,48; Ni = 10,48; Zn = 40,58; Pb = 3,06.

	R.	A pour 100.	ρ.	Δ.
A l'état brut de coulée	37,5	11,5	4,4	117
A l'état laminé et recuit	51,8	45,5	9,4	126

La différence entre les propriétés du métal brut de coulée et celles du métal laminé recuit est bien plus accusée que dans les laitons sans plomb.

L'étude thermique des laitons au nickel prouve de façon très nette que les points de transformation de ces alliages sont sensiblement les mêmes que ceux des laitons ayant pour titre réel les titres fictifs des produits spéciaux.

Le Tableau suivant donne sur ce point quelques précisions :

	Cu.	Zn.	Ni.	Titre fictif.	Points de transformation à l'échauffement.	Points de transformation au refroidissement.
1°	60	40	»	»	445 et 780	740 et 450
2°	55	45	»	»	445	450
3°	46,35	43,16	10,35	58,5	660 et 810	760 et 660
4°	40,46	44,65	14,42	57	470 et 730	730 et 375
5°	46	54	»	»	450	450
6°	40	60	»	»	450	350

Donc, sur un laiton de teneur en cuivre déterminée, le nickel produit un relèvement de la position des points de transformation tel que ceux-ci ont sensiblement la même valeur que ceux des alliages binaires de cuivre et de zinc ayant pour titre fictif le titre réel de l'alliage.

En résumé, les laitons au nickel, dans lesquels la teneur en cuivre peut tomber à 40 pour 100 et même moins et le pourcentage en nickel atteindre 15 pour 100, présentent un intérêt tout à fait remarquable par leurs propriétés mécaniques (charge de rupture variant de 45^{kg} à 75^{kg} avec des allongements de 45 à 18 pour 100), leur couleur allant du jaune pâle au blanc, leur inoxydabilité comparable à celle des maillechorts et leur grande facilité de forgeage à température élevée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation du carbamate d'ammoniaque.* Note de MM. **C. Matignon** et **M. Fréjacques**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La dissociation du carbamate d'ammoniaque a déjà fait l'objet de plusieurs études. Naumann ([1]) et Isambert ([2]) ont mesuré les pressions de dissociation inférieures à la pression atmosphérique ou dans son voisinage. Engel et Moitessier ([3]), qui ont repris plus tard quelques-unes de ces déterminations, ont retrouvé les valeurs de Naumann, elles sont un peu inférieures à celles d'Isambert. Hortsmann ([4]) avait déjà d'ailleurs vérifié l'exactitude des chiffres de Naumann.

Comme nous avions besoin de préciser ces données en vue de recherches ultérieures, nous nous sommes proposé d'effectuer quelques mesures à des températures où la pression atteint plusieurs atmosphères. Les valeurs obtenues se relient d'une façon remarquable à celles de Naumann, nous ne considérerons donc que ces dernières :

t.	P.	*t.*	P.	*t.*	P.
°	mm	°	mm	°	mm
—15	2,6	6	22,0	40	248
— 5	7,5	10	29,8	50	470
0	12,4	20	62,0	55	600
2	15,7	30	124,0	60	770

En utilisant les valeurs obtenues à 0°, 30° et 60° pour déterminer les

([1]) Naumann, *Ann. der Chem. u. Pharm.*, t. **160**, 1871, p. 15.
([2]) Isambert, *Comptes rendus*, t. **93**, 1881, p. 731.
([3]) Engel et Moitessier, *Comptes rendus*, t. **93**, 1881, p. 595 et 899.
([4]) Hortsmann, *Berichte*, 1876, p. 1625, et *Ann. Chem. Pharm.*, t. **187**, 12 mai 1877.

coefficients de l'équation d'équilibre, nous avons trouvé

$$(1)\qquad \log p = \frac{-3.635}{T} - 7{,}045 \log T + 28{,}692,$$

p étant exprimé en prenant comme unité la pression atmosphérique.

Une deuxième formule a été calculée à partir des pressions mesurées aux températures — 15°, 10° et 50° :

$$(2)\qquad \log p = \frac{-4.821}{T} - 15{,}4 \log T + 53{,}3586.$$

Le carbamate utilisé dans nos essais a été préparé par l'action réciproque des gaz carbonique et ammoniac desséchés. Les produits résultant de deux préparations distinctes nous ont donné à l'analyse les pourcentages suivants en azote :

	Calculé.	Trouvé I.	Trouvé II.
N................	35,89	35,82	35,75 et 35,62

Pour mesurer la pression de dissociation, le carbamate est placé dans un récipient en verre cylindrique vertical, fermé à sa partie supérieure et prolongé à sa partie inférieure par un tube trois fois recourbé se terminant par une partie horizontale formant un manomètre à air comprimé; le carbamate repose sur le mercure qui va du fond du récipient jusqu'à la branche manométrique horizontale.

La pression est déterminée, en fin d'expérience, par une étude des volumes d'air contenus dans le manomètre au début et à l'équilibre, étude faite par des remplissages du mercure et des pesées.

Voici les conditions d'une expérience effectuée à 81° :

Temps.	Température du bain.	Division du manomètre.
h m 2.00......................	° 65	(fermeture du récipient)
4.00......................	80	43
4.30......................	81	44,1
5.00......................	81	44,3
5.30......................	81	44,55
6.30......................	81	44,6
7.30......................	81	44,6

L'extrémité du manomètre à air est d'abord fermée à la température de 14° et sous la pression de 756^{mm}; le mercure dans le manomètre occupe alors la division 0. On soude ensuite l'extrémité du récipient contenant le

carbamate après avoir dissocié à 65° une petite quantité de produit pour balayer l'air.

Les poids de mercure occupant les volumes de l'air du manomètre aux divisions 0 et 44,6 sont de $21^g,683$ et $6^g,998$. On en déduit que la pression à l'équilibre était de $3^{atm},08$.

Les formules de l'équilibre (1) et (2) permettent de calculer, à 81°, les pressions de $2^{atm},92$ et $3^{atm},05$.

Une deuxième mesure effectuée à 93° nous a donné rapidement l'équilibre.

Temps.	Température du bain.	Division du manomètre.
h m 3.00	64°	(fermeture du récipient)
3.40	90	39,4
3.55	93	42,0
5.00	93	42,1
6.15	93	42,1
6.45	93	42,1

La pression d'équilibre a été trouvée égale à $5^{atm},07$, les formules (1) et (2) donnent respectivement, à 93°, $4^{atm},91$ et $5^{atm},11$.

La concordance entre les pressions mesurées et calculées est parfaite.

Nous avons calculé, à partir des deux formules de l'équilibre, la chaleur de réaction, à la température ordinaire, rapportée à la molécule de carbamate; nous avons obtenu $-37^{cal},2$ et $-38^{cal},4$ donnant une moyenne de $-37^{cal},8$.

L'un de nous [1] qui a déterminé autrefois cette même chaleur, par l'expérience, a trouvé $-39^{cal},0$ à pression constante, soit $37^{cal},5$ à volume constant.

La valeur expérimentale s'accorde donc parfaitement avec les valeurs calculées

$$CO^2 2NH^3_{sol} = CO^2_{gaz} + 2NH^3_{gaz} - 39^{cal},0 \text{ à pression constante.}$$

Nous pouvons maintenant utiliser en toute confiance les formules précédentes pour calculer, à toute température, la pression de dissociation.

Voici quelques-unes de ces valeurs :

Température	Pression
0 C.	atm.
100	6,04
120	14,6
130	20,8
140	28,9
145	33,8
150	39,4

(1) C. MATIGNON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. 14, 1908, p. 26.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition phénylique dans la série tétrahydronaphtalénique.* Note de MM. M. TIFFENEAU et A. OREKHOFF, présentée par M. Haller.

La *transposition phénylique*, qui consiste en une migration du radical aromatique se produisant sans aucune nécessité structurale évidente (différence avec la transposition pinacolique), n'a jusqu'ici été réalisée qu'avec des composés aromatiques à chaîne ouverte.

Les deux cas les plus typiques sont représentés par les réactions suivantes, dans lesquelles la migration du radical aromatique (phényle, naphtyle, etc.) provoque deux phénomènes apparemment inverses : redressement d'une chaîne ramifiée, dans l'une, et, dans l'autre, transformation de la chaîne linéaire initiale en une chaîne ramifiée.

$$C^6H^5 - C(R)OH - CH^2I \xrightarrow{-HI} R - CO - CH^2 - C^6H^5,$$

$$C^6H^5 - CHOH - CHI - R \xrightarrow{-HI} CHO - CH(R) - C^6H^5.$$

Il était intéressant de rechercher si la même transposition se produirait avec des dérivés dont la chaîne latérale, siège de la réaction, vient se fermer sur le noyau aromatique migrateur.

L'indène et l'α-dihydronaphtalène conviennent parfaitement pour l'étude de cette question; en effet, les iodhydrines obtenues par addition d'acide hypoiodeux à ces carbures ont des formules analogues à celles exposées ci-dessus.

CH OH, CH I, CH²

I. Iodhydrine du glycolhydrindénique (dérivée de l'indène).

CH OH, CH I, CH², CH²

II. Iodhydrine du glycol tétrahydronaphtalénique (dérivée de l'α-dihydronaphtalène).

Il était à prévoir que sous l'influence du nitrate d'argent éliminateur de HI, il y aurait, comme dans les exemples connus, rupture entre la chaîne

latérale et le noyau aromatique (trait pointillé) puis migration de ce dernier vers l'atome de carbone privé de son halogène. On devrait ainsi obtenir, avec raccourcissement du cycle, les aldéhydes suivantes correspondant respectivement aux deux iodhydrines ci-dessus :

CH — CHO
CH^2

III. Aldéhyde inconnue.

CH — CHO
CH^2
CH^2

IV. Aldéhyde α-hydrindènecarbonique.

L'expérience a montré que, seule, l'iodhydrine (II) dérivée de l'αβ-dihydronaphtaline conduit à l'aldéhyde prévue (IV); par contre, avec l'iodhydrine (I) dérivée de l'indène, il ne se fait aucun dérivé aldéhydique : il n'y a pas transposition. Cette exception n'était pas tout à fait inattendue; en effet, parmi les composés aromatiques à noyaux condensés, on ne connaît pas de dérivés dont le cycle latéral soit en C^4, et il paraît peu vraisemblable que la formation de tels cycles soit possible.

Quant à l'iodhydrine du ββ-glycol tétrahydronaphtalénique, isomère de l'iodhydrine αβ (II), nous avons constaté que sous l'action du nitrate d'argent, elle ne donne pas lieu à transposition; c'est là un fait analogue à ce qui se passe avec les iodhydrines de structure identique dérivées de l'estragol et du safrol (¹).

1. *Iodhydrine de l'hydrindène glycol; action du nitrate d'argent.* — Cette iodhydrine, obtenue par action de HgO et I sur l'indène en solution éthérée, cristallise par évaporation du solvant (F. 120°). Cette solution, agitée avec une solution aqueuse concentrée de NO^3Ag, réagit énergiquement avec formation d'iodonitrate d'argent; toutefois la liqueur n'est pas très acide; il n'y a donc pas eu élimination de HI mais surtout double réaction avec formation d'éther mononitrique de l'hydrindène glycol, liquide huileux non distillable. Celui-ci, saponifié, fournit le glycol correspondant (F. 157°-158°) décrit par Weissgerber (²). A côté de cet éther nitrique, principal produit de la réaction, on observe la formation d'un produit iodé (F. 108°-109°) provenant probablement de l'élimination de HI entre deux molécules d'iodhydrine.

2. *Iodhydrine du glycol tétrahydronaphtalénique* αβ (II); *action du nitrate d'argent.* — L'αβ-tétrahydronaphtalène fixe IOH en donnant une iodhydrine solide (II) qu'on fait recristalliser dans l'éther (F. 126°). Celle-ci, traitée en solution éthérée par NO^3Ag, donne lieu à deux réactions : l'une, par double échange, conduit

---

(¹) J. Bougault, *Ann. Chim. Phys.*, 7ᵉ série, t. 25, p. 497.
(²) Weissgerber, *D. chem. Ges.*, t. 44, 1911, p. 1444.

à l'éther nitrique du glycol αβ-tétrahydronaphtalénique qui, saponifié, fournit le glycol fusible à 112°; l'autre consiste en une élimination de HI avec transposition et production d'une aldéhyde (IV) qu'on isole par sa combinaison bisulfitique. Cette aldéhyde bout à 135° sous 30^{mm}, $D_0 = 1,095$; semicarbazone F. 167°; oxime F. 104°. L'oxydation par l'oxyde d'argent alcalin fournit l'acide α-hydrindènecarbonique (F. 59°-60°). Pour l'identifier, nous avons hydrogéné par HgNa l'acide α-indènecarbonique préparé d'après Courtot (¹). Quant à l'acide isomère, le β-hydrindènecarbonique, il est connu et fond à 130° (²).

3. *Iodhydrine du glycoltétrahydronaphtalénique* ββ; *action du nitrate d'argent.* — Cette iodhydrine (F. 120°) a été déjà obtenue par Leroux (³). Le nitrate d'argent la transforme par double réaction en éther nitrique correspondant qui, entraîné à la vapeur d'eau en milieu alcalin, fournit un produit entraînable, l'oxyde de ββ-dihydronaphtalène (F. 43°) et le glycol correspondant non entraînable (F. 135°), tous deux déja décrits par Bamberger (⁴).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Chénopodiacées. Développement de l'embryon chez le* Chenopodium Bonus-Henricus *L.* Note de M. R. **Souèges**, présentée par M. Guignard.

La cellule-œuf du *Chenopodium Bonus-Henricus* se cloisonne transversalement; la cellule basale (*fig.* 1, *cb*), et la cellule apicale (*ca*) du proembryon bicellulaire se segmentent elles-mêmes transversalement, la première un peu avant la seconde. La tétrade se trouve donc constituée de quatre cellules superposées (*fig.* 2, *l*, *l'*, *m*, *ci*), et diffère ainsi essentiellement, par la disposition de ses éléments, de la tétrade que l'on rencontre chez la plupart des Monocotylédones (*Anthericum*, *Sagittaria*) et des Dicotylédones (*Myosurus*, *Capsella*, *Polygonum*). La cellule *l* donne naissance à la partie cotylée, la cellule *l'* à la moitié supérieure de l'axe hypocotylé, la cellule *m* à la moitié inférieure de ce même axe et la cellule inférieure *ci* engendre l'hypophyse et le suspenseur proprement dit.

Le proembryon octocellulaire se forme par bipartition de ces quatre cellules : la cellule inférieure se segmentant transversalement, les trois autres verticalement (*fig.* 3). De même, le proembryon à seize cellules résulte de la division de chacun de ces huit nouveaux éléments : les deux

---

(¹) Courtot, *Ann. Chimie*, 9e série, t. 4, 1915, p. 76.
(²) Perkin, *Journ. chemical Society*, t. 53, p. 8; t. 65, p. 233.
(³) *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, t. 21, 1910, p. 507.
(⁴) *Liebig's Annalen*, t. 188, p. 74.

cellules inférieures n et n' se cloisonnent transversalement pour donner naissance à quatre cellules disposées les unes au-dessus des autres (*fig.* 4, h, k, o et p), les six autres éléments se segmentent verticalement pour engendrer trois groupes superposés de quatre cellules circumaxiales.

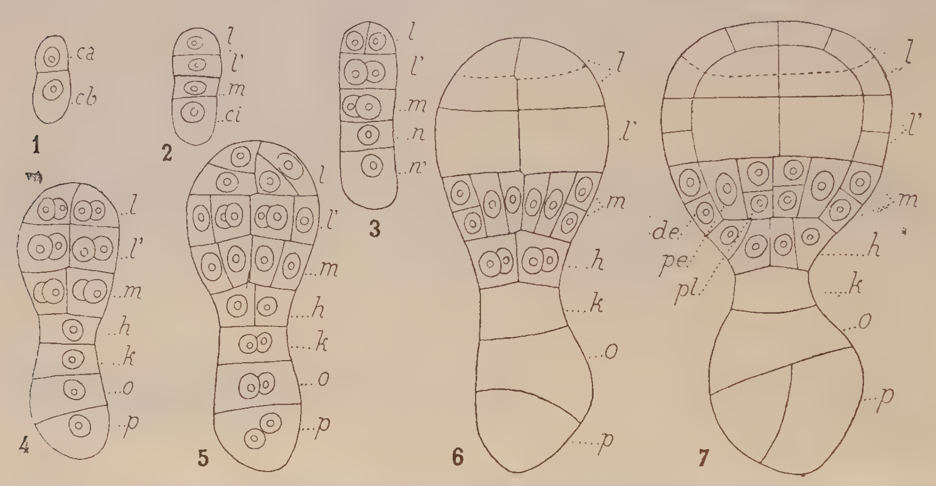


Fig. 1 à 7. — *Chenopodium Bonus-Henricus* L. — Figures schématiques montrant les principales étapes du développement de l'embryon : *ca*, cellule apicale, et *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *l*, *l'*, *m* et *ci*, les quatre cellules superposées de la tétrade; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *h* et *k*, cellules-filles de *n*; *o* et *p*, cellules-filles de *n'*; *l*, *l'*, *m*, *h*, *k*, *o* et *p* représentent les sept étages du proembryon; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome.

Le proembryon se trouve ainsi partagé en sept étages. A ce même stade, on en distingue seulement six chez les Polygonacées [1], parce que la cellule n, au lieu de se cloisonner transversalement, se segmente verticalement et donne naissance à deux cellules juxtaposées. Ce changement de direction dans la division de la cellule n entraîne une différence importante dans l'origine de l'hypophyse et du suspenseur. Chez les Polygonacées, la cellule n tout entière représente la cellule hypophysaire et les cellules o et p engendrent le suspenseur proprement dit; chez le *Chenopodium Bonus-Henricus*, c'est seulement la cellule-fille supérieure de n (h) qui donne l'hypophyse, la cellule-fille inférieure (k) contribuant, avec les cellules o et p, à la construction du suspenseur. Les destinées des autres étages proem-

---

(1) R. Souèges, *Embryogénie des Polygonacées. Développement de l'embryon chez le* Polygonum Persicaria *L.* (*Comptes rendus*, t, 168, 1919, p. 791); *Développement de l'embryon chez les* Rumex *et* Rheum (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 919).

bryonnaires, *l*, *l'* et *m*, sont les mêmes que celles qui ont été indiquées au sujet de la Persicaire.

Les phénomènes relatifs à la marche des segmentations dans chacun des éléments de ces trois étages supérieurs, à la différenciation des histogènes, à la genèse des initiales du périblème, au mode de formation de la coiffe et de l'assise calyptrogène, sont, dans leurs traits généraux, semblables à ceux qui ont été observés chez les Polygonacées (*fig.* 5, 6, 7).

Deux caractères embryogénétiques importants rapprochent, en somme, le *Chenopodium Bonus-Henricus* de cette dernière famille : 1° la participation de la cellule basale du proembryon bicellulaire à la construction de la région inférieure de l'axe hypocotylé; 2° la formation des initiales de l'écorce à l'extrémité radiculaire aux dépens des cellules de l'étage *m*. Par contre, l'embryon du *Chenopodium* diffère de celui des Polygonacées : 1° par le mode de construction de la tétrade, entraînant l'apparition très précoce des deux étages *l* et *l'*; 2° par l'origine de l'hypophyse qui se trouve être, chez le *Chenopodium*, la cellule-fille de la cellule hypophysaire des Polygonacées.

BOTANIQUE. — *Évolution du chondriome dans la formation du sporange chez les Fougères.* Note de M. **L. Emberger**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans l'étude cytologique de la racine des Fougères ([1]), nous avons pu mettre en évidence l'existence de plusieurs variétés de mitochondries. Il était intéressant de connaître, à ce point de vue, l'évolution du chondriome dans le sporange.

Une coupe à travers un très jeune sporange (*Scolopendrium vulgare*, *Asplenium Ruta-muraria*), fixée et colorée par la méthode de Regaud, nous montre, dans un cytoplasme assez dense, des petits chloroplastes lenticulaires ou en bâtonnets remplis d'amidon, visibles à l'examen vital, de rares chondriocontes et des mitochondries granuleuses.

Quand les cellules-mères primordiales se formeront, les chloroplastes, se trouvant dans la cellule centrale, et les cellules de l'assise nourricière des futures spores, s'allongeront en perdant leur chlorophylle et leur amidon et se transformeront en chondriocontes assez épais, fixant très énergique-

([1]) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 282.

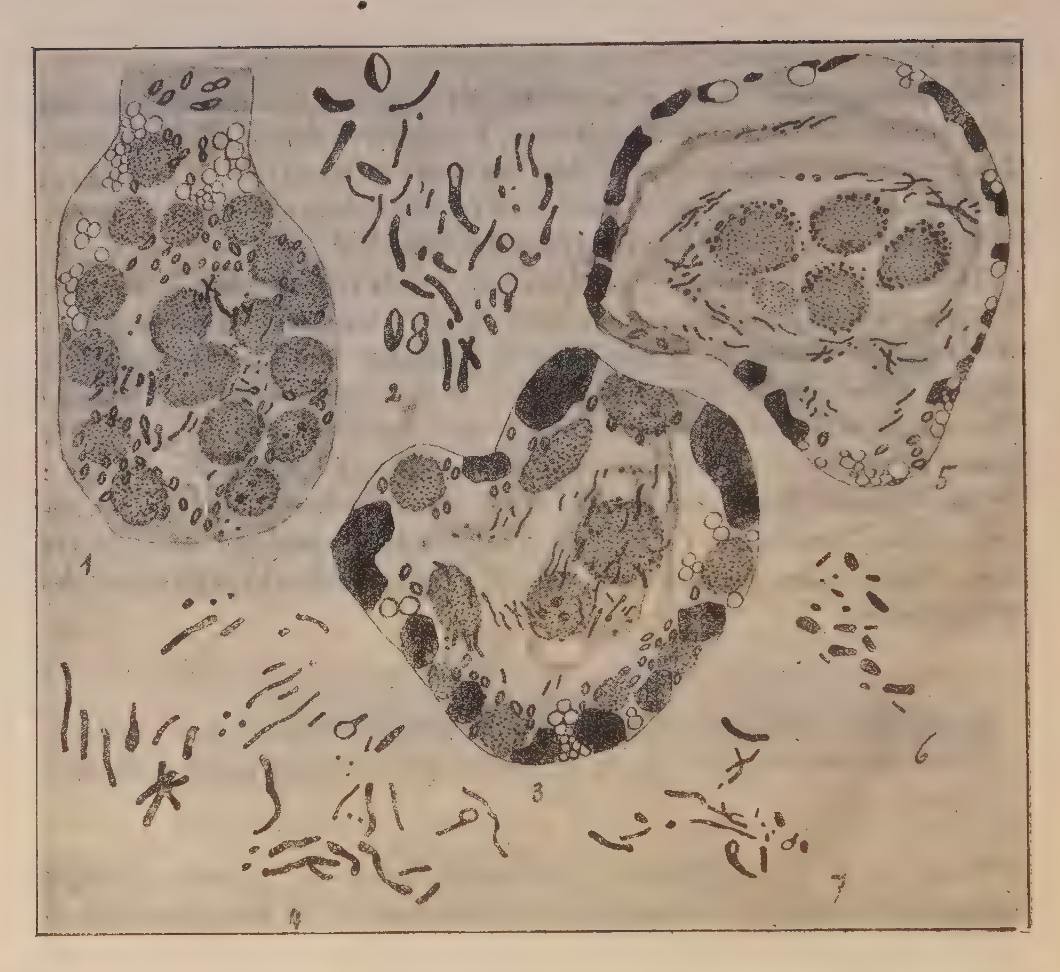


Fig. 1. Transformation des chloroplastes en chondriocontes au début du stade cellules mères primordiales. Grossi 900 fois. — Fig. 2. Détail du chondriome des cellules internes du sporange représenté dans la figure 1. On y voit des chloroplastes non transformés, d'autres en voie de devenir chondriocontes; des chloroplastes transformés et des mitochondries ordinaires. Grossi environ 2000 fois. — Fig. 3. Stade cellules-mères primordiales. Il y a des chloroplastes dans la future assise mécanique. Dans les cellules centrales, on constate, un mélange de chondriocontes dont une partie est constituée par des chloroplastes transformés, des bâtonnets et des chondriomites. Grossi 900 fois. — Fig. 4. Détail du chondriome, des cellules centrales de la figure 3, mettant en évidence les deux variétés de mitochondries : anciens chloroplastes et mitochondries ordinaire. Grossi 2000 fois. — Fig. 5. Stade cellules-mères. Chloroplastes dans l'assise mécanique. Les assises nourricières contiennent surtout des chondriocontes, tandis que, dans les cellules-mères ceux-ci se sont segmentés complètement. Grossi 900 fois. — Fig. 6. Détail du chondriome de l'assise nourricière. Les éléments un peu plus gros sont les anciens chloroplastes, les autres des mitochondries ordinaires. Grossi 2000 fois. — Fig. 7. Détail du chondriome de la cellule-mère. Les deux variétés sont visibles ; les anciens chloroplastes plus gros que les autres éléments qui sont des mitochondries ordinaires. Grossi 2000 fois.

ment l'hématoxyline ferrique. A côté de ces éléments, coexistent des chondriocontes grêles et un peu moins chromophiles, des bâtonnets et des chondriomites. La future assise mécanique conserve les chloroplastes remplis d'amidon.

Plus tard, dans les cellules-mères, nous assistons à une segmentation des éléments mitochondriaux, qui ont une tendance à se dissocier en grains. Ce phénomène, très peu prononcé dans les assises nourricières, où persistent des chondriocontes très nets, s'accentue dans la cellule-mère proprement dite, où le chondriome se présente exclusivement sous forme de grains et et de courts bâtonnets, éléments qui diffèrent entre eux par leur taille.

Bientôt, les cellules-mères se divisent à leur tour en quatre pour former les spores. A ce moment, le chondriome de l'assise nourricière devient également granuleux (*Pteris*). Les mitochondries sont de taille très légèrement différentes, les plus grosses résultant des anciens chloroplastes et les autres étant des mitochondries ordinaires. Ce chondriome est transmis à la spore, dans laquelle, lors de son gonflement précédant la germination, les plus gros de ses éléments donneront de nouveau les chroroplastes et les plus petits des mitochondries ordinaires, dont le rôle est encore inconnu.

A tous ces stades, on remarque donc les deux variétés de mitochondries, dont nous avons parlé lors de l'étude de la racine : des plastides, qui ont la même forme, les mêmes caractères histochimiques ordinaires et ne peuvent être considérés que comme des mitochondries et d'autres mitochondries qui ne prennent pas part à la formation de l'amidon et de la chlorophylle. Ces deux variétés se distinguent par des dimensions et une chromophilie un peu différentes.

Les chloroplastes persistent dans l'assise mécanique pendant toute l'évolution du sporange et ne disparaissent par résorption que lors de sa maturité.

Il est très intéressant de constater le cycle complet qu'accomplit un chloroplaste dans l'évolution du sporange qui met en évidence d'une façon très nette la *réversibilité mitochondriale*.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la généralité de l'asymétrie foliaire chez les Mousses*. Note de M. **Jacques Pottier**, présentée par M. Costantin.

Lorch (¹) décrit, dans sa Monographie biologique des *Polytrichacées*,

(¹) Dr Wilhelm Lorch, *Die Polytrichcaeen. Eine biologische Monographie*

l'asymétrie foliaire du *Polytrichum* et l'explique par la même cause qu'Hofmeister indique pour les divergences foliaires différentes de $\frac{1}{3}$. Quoi qu'il en soit c'est un fait établi que les segments, détachés par l'initiale à trois pans (c'est le cas général) d'une tige de Mousse, se recouvrent en partie l'un l'autre et par suite les feuilles, qui prennent naissance sur ces segments, présentent un de leur côté gêné dans son développement par la feuille qui le recouvre immédiatement. Il est tout naturel que ce côté comprimé présente un développement moindre et une différenciation plus faible et plus tardive. Or, il est remarquable de constater que Lorch, dans ce travail sur les *Polytrichacées*, écrit (page 466) quelques lignes avant d'exposer l'asymétrie du *Polytrichum*, qu'il a été étonné de rencontrer celle-ci dans ce dernier genre. En effet, dans sa Thèse ([2]), il avait étudié le développement de diverses *Leucophanées* et principalement du *Leucobryum vulgare* Hampe, et avait été frappé par ce fait que la production des membranes de chaque côté de la médiane de la feuille était rigoureusement soumise aux lois de la symétrie. Or l'on sait que les feuilles de cette plante ne sont pas placées suivant trois rangées, le long de la tige. Lorch aurait donc dû être étonné que cette espèce ne présentât pas d'asymétrie dans le développement de sa feuille. Il n'en dit rien. Cette asymétrie existe également dans ce végétal et, par conséquent, il y a tout lieu de penser que l'asymétrie est bien générale dans la feuille des Mousses dont la divergence est différente de $\frac{1}{3}$.

J'ai coupé au microtome une pointe de tige de *Leucobryum vulgare* Hampe entourée de ses feuilles. Je représente dans ma figure 1 l'aspect d'ensemble du centre de la coupe passant par la pointe de la tige. Si l'on examine la feuille 5, par exemple, on voit que sa partie droite est la plus allongée (je suppose toujours l'observateur regardant une feuille par sa face ventrale et ayant sa tête placée du côté de la pointe de la feuille). Elle est aussi la plus différenciée, car on peut compter dans celle-ci 10 cellules centrales, futures cellules chlorophylliennes (*cd*, *fig.* 1) qui sont parvenues au stade hexagonal alors qu'à gauche du plan médian on ne voit que 6 futures cellules chlorophylliennes arrivées à ce stade (*dg*, *fig.* 1). La différenciation est donc bien plus précoce de ce côté droit. Si l'on examine la coupe de la même feuille pratiquée 15 micra plus haut (A, *fig.* 2), on voit

---

(*Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen Klasse der Königlisch bayerischen Akademie der Wissenschaften,* Band 23, Erste Abteilung, München, 1906, p. 448 à 546).

([2]) Dr Wilhelm Lorch, *Beiträge zur Anatomie und Biologie der Laubmoose* (*Inaugural Dissertation*, München, 1894).

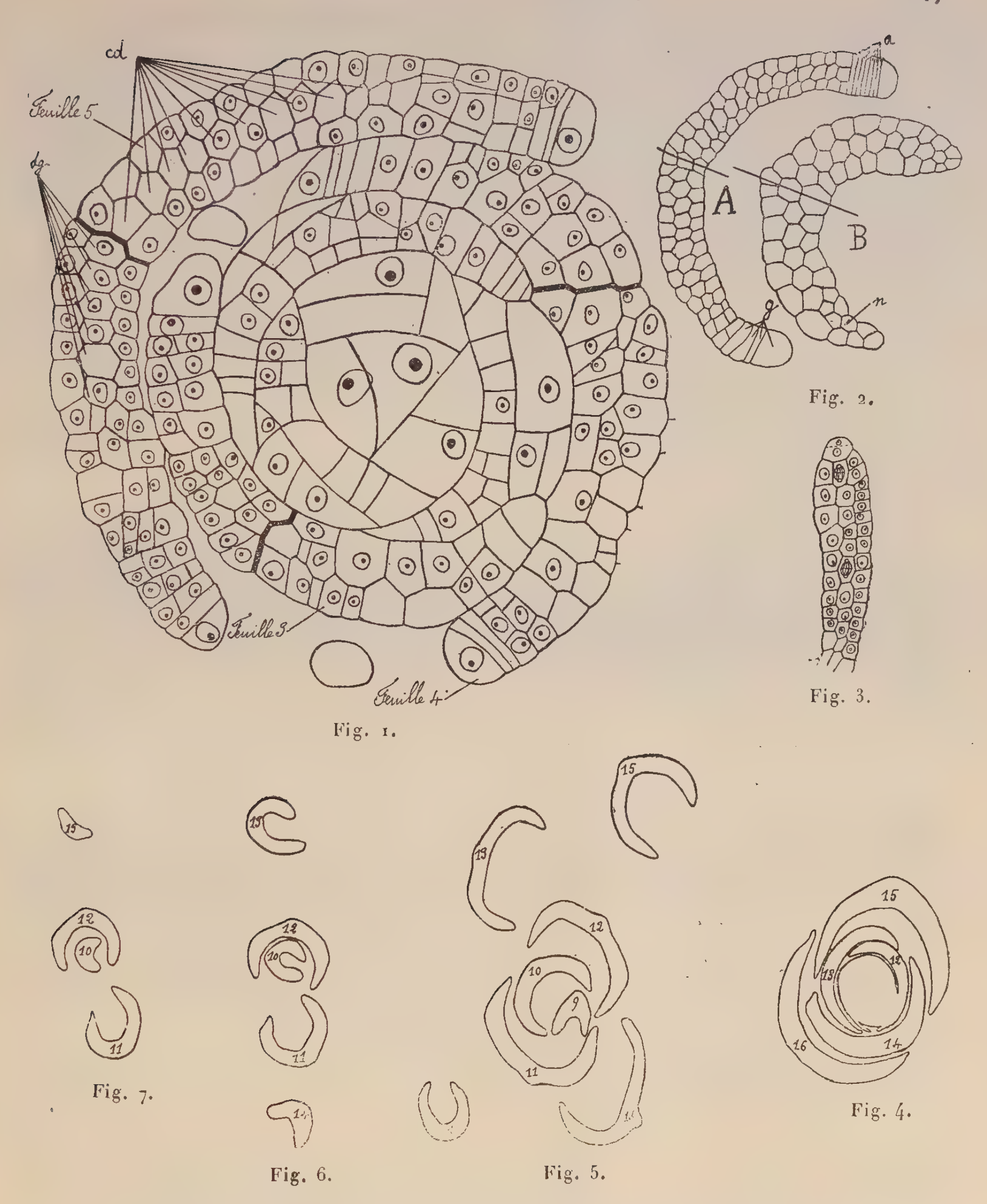


Fig. 1. Coupe transversale de tige de *Leucobryum vulgare* Hampe passant par la cellule initiale. Grossi 620 fois. — Fig. 2. Coupes de la feuille 5. Grossi 300 fois. — Fig. 3. Coupe longitudinale de jeune feuille de *Leucobryum vulgare* Hampe. Grossi 300 fois. — Fig. 4 à 7. Schémas montrant l'ensemble des coupes. (les numéros inscrits dans les coupes des feuilles indiquent leur âge, les plus jeunes ayant les numéros les moins élevés). Les figures de 4 à 7 se rapprochent de plus en plus de la pointe des feuilles. Grossi 52 fois.

qu'il y a 14 cellules chlorophylliennes à droite contre 12 à gauche et, de plus, le nombre des cellules indivises qui forment la lame foliaire est de 8 du côté droit (*d*, *fig.* 2) et de 4 du côté gauche (*g*, *fig.* 2). La multiplication cellulaire est donc bien plus active du côté droit. La figure 2 en B montre une coupe de la même feuille, située 90 micra plus haut que celle représentée en A de cette figure. On constate qu'il y a 9 cellules chlorophylliennes à droite et 8 seulement à gauche en comptant le nématogone *n*. Les feuilles 3 et 4 dans la figure 1 montrent un phénomène semblable. De plus, si l'on considère les schémas montrant l'ensemble des coupes au microtome (*fig.* 4 à 7), on voit que chaque feuille subit une torsion et que vers la pointe elle tourne le dos à la tige (remarquer spécialement la feuille 13). On comprend facilement que cette torsion a été amenée par le plus grand développement du côté droit de la feuille.

Enfin j'ai compté pour un certain nombre de feuilles le nombre de coupes pour lesquelles il y avait égalité du nombre des cellules vertes de chaque côté ou prédominance du côté droit ou du côté gauche. Pour la feuille n° 12 dont j'ai pu examiner à peu près toutes les coupes jusqu'à la base, j'ai observé 189 coupes où le nombre des cellules chlorophylliennes était plus élevé à droite; 70 où il était plus élevé à gauche et 151 où il y avait égalité. Pour la feuille 8 dont je n'ai examiné que la pointe, il y avait dans 107 coupes prédominance du côté droit, dans 15 celle du gauche et dans 21 égalité. Ce procédé de numération montre donc encore bien que le côté droit est le plus développé.

J'ai constaté également que le côté dorsal des feuilles du *Leucobryum* se multipliait au début plus activement que le côté ventral. C'est ce que montre la figure 3. Il y a 15 cellules qui forment le bord de cette coupe longitudinale du côté dorsal (à droite dans la figure), alors qu'il correspond 10 cellules à celles-ci du côté ventral. La couche moyenne est formée de 10 cellules dont 2 sont en voie de division, ce qui fera 12 cellules. Cette croissance du côté dorsal amène la feuille à se recourber ventralement et à couvrir le point végétatif de la tige.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'évolution du système vacuolaire chez les Gymnospermes*. Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les caractères du système vacuolaire ou vacuome ont été donnés par P.-A. Dangeard chez les Champignons, les Algues et les Angiospermes; il

était intéressant d'étendre les résultats obtenus au groupe des Gymnospermes.

La méthode employée a été l'étude directe des organes vivants, aidée et complétée par l'emploi des colorations vitales. Les observations ont été faites du début de mars au mois de mai sur de jeunes feuilles de Mélèze, d'If et de Gingko. Dans les deux premiers genres, les observations d'une jeune feuille entière, même aux plus forts grossissements, ne présente pas de difficulté sérieuse; pour le Gingko, il est nécessaire de prélever un mince fragment du bord de la feuille. Dans ces conditions, nous avons observé surtout des cellules d'épiderme.

Lorsqu'il s'agit d'une feuille entière que l'on étudie dans l'eau ordinaire, l'action de l'eau ne se fait pas sentir immédiatement à travers l'épiderme intact; il n'y a donc pas nécessité d'employer une solution isotonique pour une observation de courte durée.

La plupart des aspects du vacuome que nous décrivons peuvent être reconnus sans colorant aucun, grâce à leur réfringence; cependant, dans les cellules les plus jeunes, le vacuome est peu visible sur le frais; si l'on ajoute une goutte de solution de bleu de crésyl, on voit au bout d'un certain temps le colorant pénétrer dans les cellules et donner lieu au phénomène de coloration vitale, c'est-à-dire que le bleu est fixé énergiquement par le vacuome à l'exclusion de toute autre partie de la cellule : ce n'est qu'après la mort de celle-ci que le noyau se colore à son tour.

Il est intéressant de constater que le colorant vital permet de reconnaître dans les cellules jeunes et d'attribuer avec certitude au vacuome des éléments très petits; ces corpuscules de métachromatine sont peu ou pas visibles sur le frais, mais sont reliés par toutes les transitions avec les grosses vacuoles.

Dans les feuilles les plus jeunes de Mélèze (*Larix europea*), le bleu est fixé sur des grains très petits qui paraissent semés dans le protoplasme (*fig.* 1), mais qu'un examen attentif montre en réalité disposés autour du noyau. Les figures 2 et 3 représentent des états plus évolués; la coloration se fixe sur des globules déjà assez gros appliqués à la surface du noyau ou sur des filaments très fins qui se renflent aux extrémités; ce dernier cas présente le début de la formation d'un réseau.

Il est à remarquer que des plastes incolores et réfringents s'observent en même temps. Plus tard (*fig.* 4), le vacuome est devenu une masse allongée, accumulée principalement aux deux pôles de la cellule et qui s'étire en filaments disposés en un réseau à la surface du noyau central. La

forme de cette masse est très changeante; on la voit varier en quelques minutes d'une façon appréciable sous l'influence des pressions internes.



A cet état de développement, le vacuome est comparable à une masse visqueuse, et il est très visible sans coloration grâce à sa forte réfringence.

Cette figure est intéressante parce qu'elle montre dans une même cellule

vivante les trois systèmes distingués par P.-A. Dangeard [1]. On reconnait aisément les plastes ovales, réfringents et jaunâtres; quant aux éléments du sphérome, ils sont extrêmement petits, très réfringents et se déplacent plus ou moins rapidement à l'intérieur du cytoplasme.

L'If (*Taxus baccata*) nous a donné des résultats analogues par la même méthode. La figure 5 montre une cellule épidermique allongée dans laquelle les deux systèmes du vacuome et du sphérome sont visibles. Le vacuome est un réseau très fin disposé autour du noyau, mais la polarité du système a suivi celle de la cellule et l'accumulation de la métachromatine, surtout aux deux extrémités, donne lieu à deux pelotons. Dans ses formes plus évoluées, le vacuome montre les aspects des figures 6 et 7; dans ce dernier exemple, on voit de grandes vacuoles dans lesquelles sont nés par précipitation de gros globules de métachromatine.

Le *Gingko biloba* nous a donné aussi quelques aspects absolument comparables (*fig.* 8).

En résumé, nous avons pu suivre l'évolution du vacuome chez quelques Gymnospermes et confirmer les idées de P.-A. Dangeard à ce sujet. La métachromatine existe dans les cellules jeunes sous forme de grains ou de globules très ténus qui plus tard s'accroissent, se gonflent, se soudent entre eux et se disposent en réseau autour du noyau; ce réseau se transforme ensuite en grosses vacuoles. La forme de ce système varie assez rapidement sous l'influence des mouvements et des pressions qui s'exercent au sein du cytoplasme.

Cet aspect rappelle celui qui a été décrit par Golgi sous le nom d'appareil réticulaire interne dans les cellules nerveuses, appareil dont on ignore encore la signification et le rôle; on peut le rapprocher également de formations réticulaires observées dans les cellules cartilagineuses sous le nom de réseau de Pensa et de réseau de Bergen; chez les Gymnospermes, ce réseau appartient incontestablement au vacuome.

Ce vacuome des Gymnospermes renferme en solution une substance épaisse et réfringente : cette substance se colore en noir par les sels de fer et par l'acide osmique; le bichromate de potasse la précipite en brun rougeâtre; elle semble donc voisine des tanins.

---

[1] P.-A Dangeard, *Sur la distinction du chondriome des auteurs en vacuome, plastidome et sphérome* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1005).

PHYSIOLOGIE. — *Création de vitamines dans l'intestin des lapins recevant une nourriture stérilisée à haute température.* Note de M. **P. Portier** et Mme **Lucie Randoin**, présentée par le Prince de Monaco.

On sait que les animaux recevant une nourriture stérilisée à haute température meurent bientôt avec un ensemble de symptômes auxquels on a donné le nom d'*avitaminose*.

Après beaucoup d'autres, nous avions vérifié ce fait sur de nombreux lapins, lorsque l'un d'eux nous offrit une exception remarquable. Il s'agissait d'un lapin de belle grosseur (3^{kg} environ) qui recevait depuis plus de trois mois une nourriture composée de choux, carottes et son hachés et portés pendant 1 heure à une température supérieure à 125° et qui, bien loin de présenter aucun phénomène d'avitaminose, continuait à augmenter de poids.

Nous cherchions l'explication de cette manière si insolite de se comporter, lorsque M. Lapicque appela notre attention sur la singulière habitude que présentait ce lapin de manger fréquemment ses déjections.

Les expériences relatées ici ont été entreprises dans le but d'établir si l'ingestion des déjections est vraiment capable de s'opposer aux accidents de l'avitaminose.

Dans toutes ces recherches, nous avons employé la méthode de stérilisation des aliments décrite par nous dans un travail précédent (1). Un thermomètre à maxima placé au milieu de la masse à stériliser pendant son séjour dans l'autoclave nous donnait toute certitude au sujet de la température atteinte.

Première série d'expériences. — Six lapins faisant partie d'une même portée et âgés d'environ 3 semaines sont répartis entre plusieurs lots.

A. Un premier lot composé de quatre individus est nourri avec le mélange indiqué de légumes hachés et de son porté à 125°-130° pendant environ 1 heure.

Ces lapins continuent à augmenter de poids pendant 7 jours environ, puis arrive une courte période stationnaire suivie de la phase d'amaigrissement, au cours de laquelle, vers le dixième jour, on voit éclater des crises convulsives et une paralysie du train postérieur. Finalement, les quatre lapins meurent avec les accidents classiques de l'avitaminose du onzième jour au dix-septième jour.

B. Un témoin reçoit la même nourriture que celle des quatre lapins précédents, mais ces aliments ne sont pas stérilisés. Il se maintient en bon état pendant plus de 100 jours; son poids croît progressivement et passe de 427^{g} à $2^{kg},080$. On le sacrifie en pleine santé le 28 juillet.

(1) *Comptes rendus Soc. Biol.*, t. 82, 1919, p. 990.

C. Enfin le sixième lapin reçoit le régime stérilisé à haute température, mais quand il arrive à la date à laquelle les accidents d'avitaminose doivent se manifester, on incorpore à ses aliments des déjections d'un lapin recevant lui-même un régime stérilisé. Pour cela, les crottes fraîches sont desséchées à 40°, broyées et incorporées à la nourriture préalablement stérilisée.

On donne d'abord cinq crottes par jour, puis on augmente peu à peu leur nombre jusqu'à dix.

Avec ce régime, le lapin reste en parfaite santé. Il est sacrifié au bout de 107 jours sans avoir cessé d'augmenter de poids. Sa croissance, bien que moins rapide que celle du témoin, est cependant encore très appréciable puisqu'il a plus que doublé son poids primitif, passant de 539^{g} à $1^{kg},170$.

Deuxième série d'expériences. — Deux lapins de la même portée sont mis au régime stérilisé. L'un d'eux mange spontanément ses déjections. Au bout de 105 jours, on le sacrifie en pleine santé; son poids a passé de $1^{kg},010$ à $2^{kg},065$.

L'autre lapin ne mange pas ses déjections; il meurt au bout de 60 jours au milieu de convulsions. Son poids était de 855^{g} au début de l'expérience et de 1050^{g} à sa mort.

Ajoutons que le lapin adulte qui a été le point de départ de ces recherches a vécu pendant plus de huit mois avec un régime stérilisé sans présenter le moindre accident d'avitaminose; il n'a d'ailleurs pas cessé de manger ses déjections pendant tout ce temps. Il a été sacrifié en pleine santé le 30 juillet 1919; il pesait $3^{kg},520$.

Expérience sur le pigeon. — Cinq pigeons sont mis le même jour au régime des graines stérilisées. Les quatre premiers meurent au bout de 16, 30, 33 et 33 jours, avec des diminutions de poids considérables.

Le cinquième pigeon au bout de 27 jours de régime est déjà très malade; son poids est tombé de 325^{g} à 222^{g}. A ce moment, on incorpore chaque jour à sa nourriture stérilisée six crottes d'un lapin recevant lui-même un régime stérilisé.

Aussitôt ce pigeon cesse de perdre du poids; son état s'améliore rapidement, et à tel point qu'au bout de 70 jours, il est en assez bonne santé pour supporter parfaitement une laparatomie destinée à aller chercher les organes génitaux.

Quelques jours après l'opération, on supprime les déjections de l'alimentation du pigeon; les accidents d'avitaminose reparaissent avec une grande intensité. On lui rend les déjections, une amélioration très nette se produit, mais elle n'est pas de longue durée, et l'oiseau meurt bientôt.

Il avait vécu 90 jours depuis sa mise au régime des graines stérilisées; donc trois fois plus de temps que les témoins, et il aurait certainement survécu bien plus longtemps si le régime des déjections avait été continué sans interruption.

Conclusion. — De ces expériences sur les Mammifères et les Oiseaux, il semble bien qu'on puisse conclure qu'il y a création de vitamines dans l'intestin d'un animal soumis à un régime dévitaminisé. Il nous semble très probable que ce sont les bactéries intestinales qui sont les agents d'édification de ces vitamines ([1]). De ce point de vue, une contre-épreuve s'impose : voir

---

([1]) Telle est l'interprétation de M. Lapicque.

si les déjections stérilisées perdent leur pouvoir de fournir des vitamines; des expériences en cours nous apporteront la réponse.

Nous avons, d'autre part, vérifié que l'addition d'urine aux aliments stérilisés ne s'oppose nullement à l'éclosion de la carence.

Cette création de vitamines par les bactéries doit être rapprochée d'actions analogues observées par Osborne et Mendel, et par Bierry et Portier [1] chez les animaux, par Bottomley chez les plantes.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Mécanique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Marcel Deprez :*

En première ligne . . . . M. **Augustin Mesnager**

En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique . . . . MM. **Auguste Boulanger**, **Prosper Charbonnier**, **Émile Jouguet**, **Henry Parenty**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

(1) *Vitamines et Symbiotes* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 963).